# PROBABILIDAD

1. Lanzamos dos monedas al aire (primero una y luego la otra). Calcular la probabilidad de obtener:

a) Una sola cara
b) Al menos una cara
c) Dos caras
Sol: a) 1/2; b) 3/4; c) 1/4

2. Un lote de diez artículos tiene tres defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote, uno tras otro. Hallar la probabilidad de que todos estén bien.

Sol: a) Con remplazamiento $(7/10)^3$; b) Sin remplazamiento 7/24

3. De una baraja española se extraen dos naipes sucesivamente y sin devolver al mazo. Hallar la probabilidad de extraer:

a) Dos ases
b) La primera as y la segunda, tres
c) Un as y un tres
d) Dos oros
e) Del mismo palo
Sol: a) 1/130; b) 2/195; c) 4/195; d) 3/52; e) 3/13

4. En una urna hay 3 bolas blancas y dos negras. Se extrae una bola al azar, se observa su color y se devuelve a la urna. Calcular la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan:

a) Dos bolas negras
b) Una bola de cada color
c) Dos bolas blancas
Sol: a) 4/25; b) 12/25; c) 9/25

5. En una caja A, hay 10 bombillas, de las que 3 no funcionan; en otra caja B, hay 8 con 2 fundidas; y en una última caja C hay 12 bombillas de las que 3 con defectuosas. Escogida una caja al azar, de la que se extrae, sin mirar, una bombilla:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no funcione?
b) Si salió una bombilla fundida, ¿cuál es la probabilidad de que fuese de la caja A?
Sol: a) 4/15; b) 3/8

6. De las piezas que se producen en una fábrica, el 80% son producidas por una máquina A y el resto por una máquina B. Suponiendo que el 10% de las piezas producidas por A son defectuosas, y que el 6% de las producidas por B son defectuosas. a) Elegida una pieza producida en esa fábrica al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?; b) Se elige al azar una pieza y resulta ser defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina A?

Sol: a) 0,092; b) 0,87

7. El 3% y el 5%, respectivamente, de las piezas producidas por dos máquinas X e Y son defectuosas. Se elige al azar una pieza de las producidas por X y otra de las producidas por Y. a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean defectuosas? b) ¿Y de que al menos una lo sea?. Sol: 0,0015; 0,0785

8. En una bolsa hay 7 bolas blancas y 3 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer cuatro bolas a la vez sean las cuatro blancas?. Sol: 1/6

9. El 60% de los habitantes de un ciudad lee el periódico A, el 35% el B y un 15% ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular las probabilidades de:

a) Sea lector de algún periódico
b) No lea la prensa
c) Lea sólo el periódico A
d) Lea sólo uno de los dos periódicos
Sol: a) 0,8; b) 0,2; c) 0,45; d) 0,65

10. En una bolsa hay 6 bolas blancas y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que, al extraer cuatro bolas a la vez, no sean las cuatro blancas?. Sol: 21/22

11. En el problema anterior, a) ¿cuál es la probabilidad de que se saquen las 4 bolas blancas?. b) ¿Y de que salgan las 4 negras?. Sol: a) 1/22; b) 1/66

12. De una baraja de 40 cartas se extraen 3 cartas sucesivamente: con reemplazamiento, sin reemplazamiento y simultáneamente. Hallar en los tres casos las siguientes probabilidades: a) Por lo menos una de las cartas es un as; b) las tres son de oros; c) Una sólo sea un oro; d) Ninguna es un as; e) Sean del mismo palo.

Sol: a) 271/1000; 137/494; 137/494; b) 1/64; 3/247; 3/247; c) 261/640; 435/988; 435/988; d) 729/1000; 357/494; 357/494; e) 1/16; 12/247; 12/247

13. En una bolsa hay 6 bolas blancas, 3 negras y 9 rojas. Al sacar tres a la vez, determinar la probabilidad de: a) que dos sean blancas; b) que ninguna sea blanca; c) que sean de distinto color.

Sol: a) 0,22; b) 0,27; c) 0,199

14. En un juego una persona recibe 5 euros cuando saca una sota o un rey y recibe 2 euros si saca un caballo o un as de una baraja española. Si saca cualquier otra carta tiene que pagar 1 euro. ¿Cuál es la ganancia esperada para una persona que entre en el juego?

Sol: 0,8 euros

15. En un examen teórico para obtener el carnet de conducir se puede hacer el ejercicio correspondiente a cada uno de los tipos de carnet A, B y C. Aprueban el examen el 65% de A, el 40% de B y el 25% de C. Se sabe que el 20% se presentan al ejercicio A, el 50% al B y el 30% al C. Elegido un alumno al azar, determina: a) La probabilidad de que se presente al A haya aprobado. b) Se sabe que ha aprobado. Probabilidad de que se presentase al ejercicio A. Sol: a) 0,13; b) 0,32

16. Un examen consta de cuatro partes: algebra, análisis, geometría y probabilidad. La preparación de un alumno es tal que, tiene una probabilidad de 0,6 de aprobar cada parte. Qué probabilidad tiene de suspender si: a) Las partes son eliminatorias; b) Si llegan dos partes para aprobar; c) Llega con aprobar una parte. Sol: a) 0,8704; b) 0,1792; c) 0,0256

17. Un producto está formado por tres piezas: A, B y C. El proceso de fabricación es tal que la probabilidad de que la pieza A sea defectuosa es 0,03; de que la pieza B sea defectuosa es 0,02; y de que la pieza C sea defectuosa es de 0,01. El producto no funciona si alguna de las piezas es defectuosa. a) ¿Cuál es la probabilidad de que el producto no funcione?. b) Otro producto consta de dos piezas de A y una de B, ¿cuál es la probabilidad de que no funcione? Sol: a) 0,059; b) 0,078

18. Una urna contiene 3 bolas blancas y 5 bolas negras. Otra contiene 1 blanca y 3 negras. Hallar la probabilidad de que, al extraer una bola de cada urna, ambas sean negras. Sol: 15/32

19. Calcula la probabilidad de que al tirar dos dados al aire, salga: a) Una suma par; b) Una suma mayor que diez; c) Una suma que sea múltiplo de 3. Sol: a) 1/2; b) 1/12; c) 1/3

20. Se tienen tres dados: uno blanco, otro negro y el tercero rojo. ¿Cuál es la probabilidad de que salga par en el blanco, múltiplo de 3 en el negro y mayor que 3 en el rojo?. Sol: 1/12

21. La probabilidad de que un proyectil, lanzado por un cañón, haga blanco en el objetivo es 1/2. Calcula la probabilidad de que alcance el objetivo si se tiran 4 proyectiles seguidos. Sol: 15/16

22. Un jugador lanza tres monedas. Si salen tres caras gana 5 euros, si salen 2 caras gana 2 euros y si sale sólo una cara gana 1 euro. Por otro lado, pierde 10 euros si salen tres cruces. Hallar la ganancia esperada para ese jugador.
Sol: 0,5 euros

23. Se dispone de tres tipos de urnas: las de tipo A contienen 5 bolas blancas y 5 negras, las de tipo B contienen 8 bolas blancas y 2 negras; las de tipo C contienen 1 bola blanca y 4 negras. Se dispone de 5 urnas del tipo A, 3 del tipo B y 2 del tipo C. Se saca una bola de una urna elegida al azar y resultó ser blanca. Calcular la probabilidad de que la urna elegida sea del tipo B. Sol: 24/53=0,4528

24. En un grupo de 1000 personas hay 400 que saben inglés, 100 que saben alemán y 30 ambos idiomas. Con estos datos, averigua si son independientes o no los sucesos "saber inglés" y "saber alemán". Sol: No

25. Lanzamos dos monedas al aire (primero una y luego la otra). Calcular la probabilidad de obtener: a) una sola cara; b) al menos una cara; c) dos caras.
Sol: a) 1/4; b) 3/4; c) 1/4

26. Tenemos tres urnas: A: contiene 2 bolas rojas y 3 amarillas; B: contiene 3 bolas rojas y 1 amarilla y C: contiene 2 bolas rojas y 4 amarillas. Se escoge una urna al azar y se saca una bola de esa urna. Si la bola es roja. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?. Sol: 24/89

27. Un lote de diez artículos tiene tres defectuosos. Se toman tres artículos del lote al azar, uno tras otro. Calcular la probabilidad de que todos estén bien.
Sol: Con reemplazamiento: $(7/10)^3$; sin reemplazamiento: 7/24

28. Se lanza un dado normal dos veces. Probabilidad de: a) Obtener una suma mayor que 6; b) Obtener una suma menor que 10; c) Obtener una suma comprendida entre 6 y 10; d) Obtener dos números impares; e) Obtener al menos un número impar.
Sol: a) 7/12; b) 11/12; c) 5/12; d) 1/4; e) 3/4.

29. El 55% de los alumnos de una clase estudia francés, el 50% inglés y el 15% estudia los dos idiomas. Se elige al azar un estudiante. Calcular la probabilidad de que: a) No estudie francés ni inglés; b) Estudie francés y no inglés; c) Estudie francés si se sabe que estudia inglés; d) Estudie inglés si se sabe que estudia francés. e) No estudie francés si se sabe que no estudia inglés.
Sol: a) 0,1; b) 0,4; c) 0,3; d) 0,273; e) 0,2

30. En unos almacenes hay una oferta: al comprar un producto se puede elegir un regalo entre dos (A y B). El 35% de los clientes elige el regalo A, el 25% elige el B y el 40% no compra ese producto. Se sabe, además, que el 80% de los que eligen A, el 40% de los de B y el 20% de los que no compran, son mujeres. Elegido al azar un cliente, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?. Sol: 0,46

31. La probabilidad de que un estudiante apruebe todas las asignaturas en Junio es 0,4. Halla la probabilidad de que entre 4 estudiantes escogidos al azar: a) Ninguno apruebe. b) No apruebe más de uno. c) Al menos uno apruebe. d) Todos aprueben. Sol: a) 0,1296; b) 0,4752; c) 0,8704; d) 0,0256

32. De una baraja española se extraen dos naipes sucesivamente y sin devolver al mazo. Hallar la probabilidad de extraer: a) 2 ases; b) un as y un tres; c) la primera un as y la segunda un tres; d) dos espadas; e) dos cartas de igual palo.
Sol: a) 1/130; b) 4/195; c) 2/195; d) 3/52; e) 3/13

33. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar al aire dos dados, salgan dos números iguales?. Sol: 1/6

34. ¿Cuál es la probabilidad de que arrojando un dado tres veces, salga, al menos una vez el seis?. Sol: 91/216

35. En una baraja española se extraen, simultáneamente, tres cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos reyes?. Sol: 27/1235

36. En una urna hay 3 bolas blancas y dos negras. Se extrae una bola al zar, se observa su color y se devuelve a la urna. Calcular la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan: a) 2 bolas negras; b) una de cada color; c) dos bolas blancas.
Sol: a) 4/25; b) 12/25; c) 9/25

37. En una caja A, hay 10 bombillas de las que 3 están fundidas, en otra B hay 8 bombillas con 2 fundidas y en otra C hay 12 con 3 fundidas. Escogida una caja al azar, de la que se extrae una bombilla sin mirarla previamente. a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté fundida?. b) Si la bombilla escogida está fundida, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la caja A?
Sol: a) 4/15; b) 3/8

38. El 60% de la población de una determinada ciudad lee el periódico A, el 35% el B y un 15% ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular la probabilidad de: a) ser lector de algún periódico; b) no leer ninguno; c) leer sólo el periódico A; d) leer sólo uno de los dos periódicos.
Sol: a) 0,8; b) 0,2; c) 0,45; d) 0,65

39. Cuál es la probabilidad de que al extraer simultáneamente tres cartas de una baraja de 40 cartas, salgan un as y dos cartas iguales entre si. Sol: 1/247

40. a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una extracción simultánea de tres cartas salgan tres oros?. b) ¿Y de que salgan la primera copas, la segunda espadas y la tercera oros en tres extracciones sucesivas sin devolución de la carta extraída?. c) ¿Y la probabilidad de que salgan las tres de distinto palo extraídas sucesivamente sin devolución?. Sol: a) 3/247; b) 25/1482; c) 100/247

41. Dados los sucesos: A y B, si la P(A) = 0'5, P(B) = 0'4 y la P(A1B) = 0'2, calcula las

probabilidades de los siguientes sucesos:

a) (AcB) b) (A'1B) c) (AcB)' d) (A'/B) e) (A/A1B)

Sol: a) 0'7; b) 0'2; c) 0'3; d) 0'5; e) 1

42. Dados los sucesos: A y B, si la P(A) = 0'4, P(B) = 0'6 y la P(A1B) = 0'2, calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) (A'/B')
b) (A/AcB)
c) (A/A1B)
d) (A'/B)

Sol: a) 0'5); b) 0'5; c) 1; d) 2/3

43. En una provincia, el 48% de sus habitantes son lectores del diario A, el 55% del B y el 22% de ambos. Si se escoge un ciudadano al azar cuál es la probabilidad de que: a) No lea prensa; b) lea sólo el diario A; c) Lea sólo uno de los dos diarios. Sol: a) 0,19; b) 0,26, c) 0,59

44. Seis personas están sentada en un banco, calcula la probabilidad de que dos concretas estén juntas. Sol:1/3

45. Dos urnas tienen las siguiente composición: la primera, 5 bolas blancas, 5 negras y 5 rojas y la segunda, 3 blancas, 3 negras y 5 rojas. Se traspasa una bola, escogida al azar, de la primera urna a la otra y, a continuación, se extrae una bola de esta urna, que resulta ser roja. ¿cuál es la probabilidad de que la bola traspasada fuese blanca?. Sol: 5/16

46. a) Si se tienen dos barajas de 40 cartas cada una, ¿cuál es la probabilidad de que al sacar una de cada baraja salgan dos ases?. b) Y si se mezclan las dos barajas y se sacan de una vez dos cartas, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos ases?. Sol: a) 1/100; b) 7/790

47. ¿Cuál es la probabilidad de que al hacer cuatro extracciones sucesivas, con devolución de la carta extraída, salgan un as, un tres, un tres, y un caballo?. Sol: $(1/10)^4$

48. En una bolsa hay 10 bolas blancas y 15 negras. si se hacen tres extracciones seguidas, ¿qué probabilidad habrá de que las 3 bolas sean blancas?. a) devolviendo cada vez la bola extraída; b) no devolviéndola. Sol: a) 8/125; b) 6/115

49. En una urna hay 5 bolas rojas, 5 amarillas y 5 negras. Se sacan, sucesivamente 4 bolas, devolviéndolas cada vez. ¿Qué probabilidad existe de que se extraiga igual número de bolas rojas que amarillas?. Sol: 19/81

# VARIABLE ALEATORIA DISCRETA, DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

1. Un jugador lanza dos dados. Recibe 10 euros si salen dos seises, 2 euros si sale un seis y nada en cualquier otro caso. Descríbase este juego utilizando una variable aleatoria y hállese cuanto debe pagar el jugador en cada apuesta para que el juego sea equilibrado. Sol: 5/6 euro

2. Considérese la variable aleatoria X que tiene de función de masa de probabilidad la dada en la tabla. Hállese k, la esperanza de X y la función de distribución.

| $X_i$ | -2 | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $P(x_i)$ | 1/3 | 1/6 | 2/9 | k |

Sol: k=5/18; E(x)=14/9; F(x) = {0 si x<-2; 1/3 si -2#x<1; 1/2 si 1#x<3; 13/18 si 3#x<5; 1 si x>5}

3. La función de distribución de una variable aleatoria X es:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x < 2 \\ 1/4 & si\ \ 2 \le x < 3 \\ 3/8 & si\ \ 3 \le x < 4 \\ 3/4 & si\ \ 4 \le x < 5 \\ 1 & si\ \ x \ge 5 \end{cases}$$

Calcula P(2,5#x<5), P(2#x#3,5) y la función de masa de probabilidad.
Sol: p(2,5#x<5) = 1/2; P(2#x#3,5) = 3/8

4. Un jugador lanza dos monedas. Gana 2 euros si salen 2 caras, un euros si sale una cara y pierde 5 euros si salen dos cruces. ¿Le es rentable el juego?. Sol: No, pierde 1/4 euro

5. Una Variable Aleatoria X sigue una distribución binomial B(4,0'1). Determínese: a) su distribución de probabilidad, b) media, c) desviación típica y d) función de distribución F(x). Sol: f(x) = {0,6561 si x=0; 0,2916 si x=1; 0,0486 si x=2; 0,0036 si x=3; 0,0001 si x=4; 0 en el resto}; b) ì=0,4; c) ó=0,6; d) F(x)= {0 si x<0; 0,6561 si 0#x<1; 0,9477 si 1#x<2; 0,9963 si 2#x<3; 0,9999 si 3#x<4; 1 si x$4}

6. Considérese una variable aleatoria X cuya distribución es binomial del tipo B(3,p). Sabiendo que su varianza es 3/4, hállese: a) p; b) su media y c) P(x<2). Sol: a) p=1/2; b) ì=1,5; c) P(x<2) = 0,5

7. Un frutero comprueba que una semana después de recibir la mercancía, alrededor de un 20% de la fruta se ha estropeado. Si toma 6 piezas de fruta al azar, hallar la probabilidad de que:
a) Todas estén bien
b) Se hayan estropeado exactamente 3
c) Al menos 2 estén estropeadas
d) Como máximo 2 estén estropeadas
e) E(x), V(x)
Sol: a) 0'2621; b) 0'0819; c) 0'3447; d) 0'9011; e) E(x)=1'2; V(x)=0'96

8. Uno de cada cinco niños que nacen en un hospital lo hace mediante cesárea. Si en un

determinado día nacen 4 niños en ese hospital. Hallar la probabilidad de que:

a) Nazcan todos por cesárea
b) No nazca ninguno por medio de cesárea
c) Sólo nazca uno por cesárea
d) Nazcan por lo menos dos por cesárea
Sol: a) 0'016; b) 0'4096; c) 0'4096; d) 0'1808

9. La probabilidad de un jugador de tenis acierte con el primer saque es 0,8. a) si lo intenta 5 veces, calcular la probabilidad de que acierte al menos dos veces; b) Si lo intenta 1000 veces y la probabilidad de acertar se mantiene constante, calcular la probabilidad de que acierte mas de 820.
Sol: a) 0,9933; b) 0,0526

10. Una pareja tuvo 8 hijos (a principios de siglo). Si se considera que tenía la misma probabilidad de nacer un niño que una niña. Determinar cuál es la probabilidad de que nazcan:

a) Tres niñas
b) Más niños que niñas
c) Tan solo dos niños
d) Todos niños o todas niñas
e) E(x) y V(x)
Sol: a) 0'2188; b) 0'3633; c) 0'1094; d) 0'0078; e) E(x)=4; V(x)=2

11. Una máquina que fabrica piezas para automoción produce una pieza de cada 100 defectuosa. Si cogemos 10 piezas fabricadas por esa máquina.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos una defectuosa?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente dos defectuosas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean correctas?
d) Si escogiésemos sólo 5 piezas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya alguna defectuosa?
Sol: a) 0'0956; b) 0'0042; c) 0'9044; d) 0'049

12. Al inspeccionar 1200 piezas hechas por una misma máquina, 120 eran defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al coger cinco piezas hechas por esta máquina, dos o más sean defectuosas?. Sol: 0,0814

13. El 40% de los habitantes de un país tienen sangre del tipo 0. Si se analiza la sangre de 8 personas. Calcúlese:

a) La probabilidad de que más de cinco de esas personas tenga sangre del tipo 0;
b) La probabilidad de que ninguna tenga ese tipo de sangre
c) Hallar la esperanza y la varianza de esta distribución
Sol: a) 0,0499; b) 0,0168; c) E(x) = 3,2; V(x) = 1,92

14. Un examen tipo test tiene 10 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas, siendo sólo una de ellas correcta. Un alumno decide contestar aleatoriamente. Si para aprobar el examen hay que acertar 5 o más preguntas, hallar:

a) La probabilidad de aprobar el examen.
b) La probabilidad de no acertar ninguna pregunta.
c) La probabilidad de acertarlas todas.
Sol: a) 0,0782; b) 0,0563; c) 0

15. En un examen de matemáticas el porcentaje de aprobados es del 60%. Si escogemos cinco alumnos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben:

a) los cinco?

b) más de tres?
c) al menos dos?
d) ninguno?
e) Halla la esperanza y la varianza
Sol: a) 0'0798; b) 0'3370; c) 0'0541; d) 0,1160; e) E(x) = 3; V(x) = 1'2

16. Un equipo de baloncesto encesta el 80% de los tiros libres que intenta. Si en un determinado intervalo de tiempo el equipo lanza 8 tiros:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que encesten todos los tiros?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que encesten más de seis?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que encesten menos de cuatro?
d) Esperanza y varianza
Sol: a) 0'1678; b) 0'5033; c) 0'0104; d) E(x)=6'4; V(x)=1'28

17. X es una variable aleatoria de distribución binomial tal que E(x) = 1,8 y $\sigma^2$=0,72. Hállese: a) n, p, q; b) la función de distribución. Sol: a) n=3; p=0,6; q=0,4; b) F(x)= {0 si $x<0$; 0,0640 si $0 \le x<1$; 0,352 si $1 \le x<2$; 0,7840 si $2 \le x<3$; 1 si $x \ge 3$}

18. Si la probabilidad de que un bebé sea niño es 1/2 y se eligen al azar 80 familias de 3 hijos. ¿En cuántas es de esperar que haya 2 niños y 1 niña?. Sol: 30 familias

19. El 60% de los alumnos de un determinado curso aprueban las matemáticas. Si a un examen se presentan 8 alumnos, cuál es la probabilidad de que:
a) aprueben los 8
b) apruebe alguno
c) aprueben 4
Sol: a) 0,0168; b) 0,9993; c) 0,2322

20. La opinión que tiene los miembros de una peña futbolística sobre el entrenador de su equipo es en un 30% favorable a su cese y desfavorable en el resto. Elegidas 6 personas de esa peña, al azar, hallar:
a) La probabilidad de que exactamente dos estén a favor del cese
b) La probabilidad de que todos estén a favor del cese.
Sol: a) 0,3241; b) 0,0007

21. Se han lanzado tres monedas. Se pide:
a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 1 cara?. b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras?. c) Si sabemos que se ha obtenido un número impar de caras, ¿cuál es la probabilidad de que se halla obtenido una cara?. Sol: a) 0,375; b) 0,125; c) 0,75.

22. Una familia tiene 5 hijos. La distribución por sexos es igualmente probable. Hallar la probabilidad de que haya: a) Como mucho tres niños. b) Al menos una niña. c) Al menos una niña y un niño. Sol: a) 0,8126; b) 0,9688; c) 0,9376.

23. En cierta ciudad, los robos suponen el 90% de los delitos cometidos a lo largo del año. Un determindo día se cometen 5 delitos, calcular la probabilidad de que:
a) exactamente dos sean robos
b) dos o más sean robos
c) ninguno sea un robo
Sol: a) 0,0081; b) 0,9996; c) 0

24. En un hospital de enfermedades pulmonares el 20% de los enfermos tienen cáncer. Si en una planta hay 10 enfermos, a) ¿cuál es la probabilidad de que alguno tenga cáncer?; b) ¿cuál es la probabilidad de que más de 2 tengan cáncer?; c) ¿cuál es la probabilidad de que ninguno tenga cáncer?.

Sol: a) 0,8926; b) 0,3222; c) 0,1074

25. Un laboratorio afirma que un medicamento causa efectos secundarios en 5 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, un médico elige al azar a 6 pacientes a los que les suministra el medicamento. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?:

a) Ningún paciente tenga efectos secundarios; b) Al menos dos tengan efectos secundarios; c) ¿Cuál es el número medio de pacientes que se espera que sufran efectos secundarios si se eligen 300 pacientes al azar?. Sol: a) 0,7351; b) 0,0328; c) 15

26. Si el 10% de las piezas producidas por una máquina son defectuosas, determinar la probabilidad de que de 5 piezas elegidas al azar:

a) Una sea defectuosa; b) A lo sumo dos sean defectuosas. Sol: a) 0,3280, b) 0,9914.

27. La probabilidad de que una botella rompa al caer al suelo es 0,4. Si se dejan caer 5 botellas, se pide:

a) Probabilidad de que las 5 rompan. b) Probabilidad de que alguna rompa. c) Probabilidad de que rompan más de 2 si sabemos que rompió alguna.

Sol: a) 0,0102; b) 0,9222; c) 0,7189

28. Una encuesta revela que el 20% de la población tiene intención de votar a un partido político. Elegidas diez personas al azar, se desea saber:

a) Probabilidad de que seis personas voten a ese partido. b) Probabilidad de que seis personas no voten a ese partido. c) Probabilidad de que menos de tres voten a ese partido.

Sol: a) 0,0055; b) 0,0881; c) 0,6778.

29. Se tira una moneda repetidamente hasta que sale cara. Calcular la probabilidad de que haya que tirar la moneda menos de tres veces. Sol: 3/4.

30. Determinar la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) Obtener al menos un seis lanzando tres dados. b) Obtener al menos seis lanzando cuatro dados. Sol: a) 91/216; b) 671/1296.

31. Considérese la variable aleatoria X que tiene de función de masa de probabilidad la dada en la tabla. Hállese k, la esperanza de X y F(4), siendo F la función de distribución.

| $x_i$ | 1 | 3 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $p(x_i)$ | 1/4 | 1/5 | 1/10 | k |

Sol: k= 9/20; E(x) = 9/20; F(4) = 9/20

32. La función de distribución de una variable aleatoria X es:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x<1 \\ 1/3 & si\ \ 1\le x<2 \\ 5/6 & si\ \ 2\le x<3 \\ 1 & si\ \ x\ge 3 \end{cases}$$

a) Halla la función de masa de probabilidad. b) Calcula P(2,5#x#6). c) Calcula

P(2#x#3,5).

Sol: a) f(x)= {1/3 si x=1; 1/2 si x=2; 1/6 si x=3; 0 en el resto}; b) 1/6; c) 2/3

33. Suponiendo que cada recién nacido tenga probabilidad 0,45 de ser varón, hallar la probabilidad de que una familia con cinco hijos tenga: a) Tres niños y dos niñas. b) Los tres mayores niños. c) Al menos un niño. Sol: a) 0,2757; b) 0,0276; c) 0,9497.

34. Halla la distribución de probabilidad de niños y niñas en familias con tres hijos, suponiendo iguales probabilidades de ser niño que de ser niña.

35. Al inspeccionar 3500 manzanas de un lote recibido en un supermercado, 350 estaban estropeadas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al coger seis manzanas de ese lote, alguna esté estropeada?. Sol: 0,4686

36. Dos tenistas de igual nivel juegan un torneo entre ellos. ¿Qué es más probable que un jugador gane dos de cuatro partidos o tres de seis partidos?. Sol: a) 0,375; 0,3125. Más fácil el primer caso.

37. En una urna hay tres bolas marcadas con el número 1, tres marcadas con el número 2, y cuatro marcadas con el 3. Se considera el experimento consistente en extraer una bola y mirar el número. Hállese: a) la distribución de probabilidad, b) la media y c) la desviación típica de la V.A. que lo describe.

Sol: a) f(x) = {3/10 si x=1; 3/10 si x=2; 4/10 si x=3; 0 en el resto}; b) ì=2'1; c) ó=0,83

38. El 40% de los habitantes de un país tienen sangre del tipo 0. Si se analiza la sangre de 5 personas. Calcúlese: a) La probabilidad de que exactamente cinco de esas personas tengan sangre del tipo 0; b) ¿Cuántas de las 5 personas es de esperar que tengan ese tipo de sangre?. Sol: a) 0,0102; b) 2

39. Un examen tipo test está compuesto por 10 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas, siendo sólo una de ellas correcta. Un alumno decide contestar aleatoriamente. Se pide: a) Probabilidad de acertarlas todas. b) Probabilidad de no acertar ninguna. c) Probabilidad de acertar exactamente cinco preguntas. d) Probabilidad de acertar a lo sumo dos. e) Probabilidad de acertar al menos seis. Sol: a) 0; b) 0,0563; c) 0,0584; d) 0,5256; e) 0,0198

40. Un jugador lanza dos dados. Recibe 5 euros si salen dos seises, 2 euros si sale un seis y pierde un euro en cualquier otro caso. Descríbase este juego utilizando una variable aleatoria y dígase si el juego está equilibrado.

Sol: f(x) = {1/36 si x=5; 10/36 si x=2; 25/36 si x=-1}; Sí está equilibrado: E(x)=0

41. Una Variable Aleatoria X sigue una ley binomial del tipo B(4,0'1). Determínese su distribución de probabilidad, media, desviación típica y la función de distribución F(x).

Sol: ì=0,4; ó=0,6; f(x)={0,6561 si x=0; 0,2916 si x=1; 0,0486 si x=2; 0,0036 si x=3; 0,0001 si x=4}; F(x)={0 si x<0; 0,6561 si 0#x<1; 0,9477 si 1#x<2; 0,9963 si 2#x<3; 0,9999 si 3#x<4; 1 si x$4}

42. X es una variable aleatoria de distribución binomial tal que E(x) = 1 y $ó^2$ = 4/5. Hállese la función de distribución y su gráfica.

Sol: F(x)={0,3277 si x<0; 0,7373 si 0#x<1; 0,9421 si 1#x<2; 0,9933 si 2#x<3; 0,9997 si 3#x<4; 1 si x$4}

43. Si la probabilidad de que un bebé sea varón es 1/2 y se eligen al azar 40 familias de 3 hijos. ¿En cuántas es de esperar que haya 3 mujeres?. Sol: 5

44. Un tirador tiene una probabilidad de dar en el blanco de 0,90. Si realiza 4 disparos se pide: a) Probabilidad de que los 4 den en el blanco. b) Probabilidad de que al menos dos den en el blanco. Sol: a) 0,6561; b) 0,9963

45. Se han lanzado cinco monedas. Se pide: a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 1 cara?. b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras?. c) Si sabemos que se han obtenido más de dos caras, ¿cuál es la probabilidad de que el número de caras obtenido sea 3?.

Sol: a) 0,1562; b) 0,3125; c) 0,625.

46. Una familia tiene 6 hijos. La distribución por sexos es igualmente probable. Hallar la probabilidad de que haya: a) Como mucho tres niñas. b) Al menos un niño. c) Al menos dos niños. d) Al menos una niña y un niño.

Sol: a) 0,6563; b) 0,9844; c) 0,8906; d) 0,9688

47. Un laboratorio afirma que un medicamento es efectivo en 80 de cada 100 pacientes. Si en un hospital se eligen al azar a 10 pacientes a los que se les aplica el medicamento. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?: a) Ningún paciente experimenta mejoría; b) Al menos seis mejoran; c) ¿Cuál es el número medio de pacientes que espera el laboratorio que mejoren si se eligen 50 pacientes al azar?.

Sol: a) 0; b) 0,9672; c) 40

## VARIABLE ALEATORIA CONTINUA, DISTRIBUCIÓN NORMAL

1. Si la función de probabilidad de una variable que nos da el tiempo de las reparaciones de un taller es:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x < 0 \\ k\ (-x^2+2x) & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ 0 & si\ \ x > 2 \end{cases}$$

a) Calcular k para que sea efectivamente una función de densidad; b) Calcular la probabilidad de que la reparación dure menos de una hora

Sol: a) k=3/4; b) 1/2

2. Una variable aleatoria X tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 1/4 & si\ \ 0 < x < 4 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Calcúlese: a) P(2#x#4), b) P(x>3), c) P(x<0). Sol: a) 1/2; b) 1/4; c) 0

3. Una variable aleatoria X tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} x/4 & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ 1/4 & si\ \ 2 < x \le 4 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Demuéstrese que f es función de densidad. b) Hállese la función de distribución de esa variable. c) Calcúlese P(1#x#3), P(x#4), P(5#x).

Sol: c) p(1#X#3) = 5/8; p(X<4) = 1; p(x$5) = 0

4. Una variable aleatoria X tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x < 0 \\ x/2 & si\ \ 0 \le x \le 2r \\ 0 & si\ \ x > 2 \end{cases}$$

a) Comprobar que efectivamente es una función de densidad. b) Calcular la función de distribución. c) Representar F(x) y f(x). d) Hallar la media y la varianza.

Sol: b) F(x)={0 si x<0; $x^2$/4 si 0#x#2; 1 si x>2}; c) ì=4/3, V(x) = 2/9

5. Una variable aleatoria tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} kx & si\ \ 0 \le x \le 3 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Hállese la constante k. b) Hállese la media y la varianza de x. c) Calcúlese P(0<x<2).

Sol: a) k=2/9; b) ì=2; ó$^2$=1/2; c) 4/9

6. Una variable aleatoria X tiene una función de distribución:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x<0 \\ arctg(x) & si\ \ x \in\ [0,\frac{p}{4}] \\ 1 & si\ \ x>\frac{p}{4} \end{cases}$$

Calcúlese: a) la función de densidad, b) la media y c) la varianza.

Sol: a) f(x) = {1/(1+$x^2$) si xθ[0,ð/4], 0 en el resto}; b) ì=1/2 Ln(1+ð$^2$/16); c) V(x) = ð/4 - 1 - ì$^2$

7. Si Z es la distribución normal tipificada, hállese:

a) P(Z$0,63) b) P(|Z|>0,65) c) P(1<Z#1,32) d) P(|Z-1|<0,2).

Sol: a) 0,2643; b) 0,5156; c) 0,0653; d) 0,0968

8. Si Z es la normal tipificada, hállese k en los siguientes casos:

a) P(Z#k) = 0,7823; b) P(Z$K) = 0,0838; c) P(Z#K) = 0,9948; d) P(Z<K) = 0,2206.

Sol: a) k=0,78; b) k=1,38; c) k=2,56; d) k=-0,77

9. Si Z es la normal fipificada, hállese k en los casos:

a) P(1,3#Z<k) = 0,0130; b) P(-k<Z<k) = 0,5646; c) P(-0,38<Z#k) = 0,1002.

Sol: a) k=1,38; b) k=0,78; c) k=-0,12

10. En una finca agrícola dedicada a la producción de manzanas se ha comprobado que el peso de las manzanas sigue una distribución normal con media 100 g y desviación 10. A la hora de comercializarlas se toman para la clase A las comprendidas entre 80 y 120 gr. Hallar la probabilidad de que escogida una manzana al azar:

a) corresponda a la clase A

b) pese menos de 70 g

c) pese más de 120 g

Sol: a) 0'9544; b) 0'0013; c) 0'0228

11. Una patrulla de tráfico realiza un control de alcoholemia en una carretera y llegan a la conclusión de que el nivel de alcohol en sangre de los conductores sigue una distribución N(0'25,0'1). Si el nivel de alcoholemia permitido es de 0'5 para los conductores expertos y 0'3 para los conductores novatos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor al azar tenga más de 0'5?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de 0'3?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor diese positivo en la de 0'3 pero no en la de 0'5?

Sol: a) 0'0062; b) 0'3085; c) 0'3023

12. La nota media de un examen tipo test fue de 40'3 y su desviación típica 3'3. Si las calificaciones siguen una distribución normal y se considera aprobado a los que superen 37 puntos.

a) ¿Cuál es el porcentaje de aprobados?

b) Si a ese examen se presentaron 400 personas ¿cuántas aprobaron?

c) Si quisiésemos que sólo aprobasen 50 personas ¿cuál tendría que ser la nota de corte?

Sol: a) 84'13%; b) 336; c) 44'1

13. Las alturas de 200 estudiantes se distribuyen normalmente, con una media de 175 cm y una desviación típica de 10 cm. ¿Cuántos de estos estudiantes tienen altura:

a) mayor de 180 cm. b) menor de 165 cm. c) entre 160 cm y 180 cm. d) igual a 182 cm.

Sol: a) 61,7; b) 31,74; c) 124,94; d) 0

14. La cantidad de azúcar depositada en cada bolsa por una máquina envasadora automática sigue una distribución normal con media ì=1050 grs y desviación típica ó=50 grs.

a) Calcula el porcentaje de bolsas con un peso mayor a 1 Kg

b) Calcula á, sabiendo que el 97,5% de los paquetes contienen menos de á gramos.

c) Calcula el tanto por ciento de paquetes con un contenido que tiene un peso comprendido entre 900 y 1000 grs.

Sol: a) 84'13%; b) 1148; c) 15'74%

15. El peso medio de los recién nacidos en un hospital es de 3'1 Kg y la varianza 0'36. Si el peso sigue una distribución normal. Calcular:

a) La probabilidad de que un bebé pese más de 3 Kg al nacer.

b) La probabilidad de que un bebé pese menos de 2'5 Kg al nacer.

c) ¿A partir de qué peso está comprendido el 69'5% de los que más pesan?

Sol: a) 0'5675; b) 0'1587; c) 2'795 Kg

16. Se ha elegido una muestra de 500 tornillos fabricados por una máquina. La media de los diámetros de dichos tornillos es de 2,9 mm y la desviación típica, de 1 mm. Un cliente considera que un tornillo es inservible si su diámetro es inferior a 2,85 mm o superior a 3,1 mm. a) Sabiendo que los diámetros se distribuyen normalmente, hállese qué porcentaje de tornillos son defectuosos. b) Si para otro cliente son válidos desde 2,75 hasta 3,15, ¿qué porcentaje son inservibles?

Sol: a) 90%; b) 84,17%

17. El coeficiente de inteligencia de una población es una v.a. cuya distribución sigue una ley normal del tipo N(100,10). Calcúlese, según esos datos, qué porcentaje de personas cabe esperar que tengan coeficiente de inteligencia:

a) superior a 120; b) entre 90 y 120; c) inferior a 80; d) si se escogen 5000 personas al azar, ¿cuántas tendrán un coeficiente de inteligencia mayor de 125?

Sol: a) 2,28%; b) 81,85%; c) 2,28%; d) 31

18. La temperatura máxima en una ciudad, durante el verano, está distribuida normalmente con media 29º y desviación estandar 5º. a) Hallar la probabilidad de que un día la temperatura máxima esté entre 25º y 30º. b) Sabemos que un día la temperatura superó los 30º, ¿cuál es la probabilidad de que fuese superior a los 35º?

Sol: a) 0,3674; b) 0,2736

19. Los 300 alumnos de un facultad poseen una altura que se distribuye según una distribución normal de media 175 cm y 10 cm de desviación típica. a) Hallar el número aproximado de alumnos cuya estatura esté comprendida entre 165 y 185 cm. b) ¿Cuántos alumnos medirán más de 190 cm?; c) ¿Cuántos medirán menos de 170 cm?.

Sol: a) 205; b) 20; c) 93

20. Una v.a normal cumple que ì = 4Aó y p(X#9) = 0,1587. Hállense, con estos datos, su media y su varianza. Sol: ì=12; V(x)=9

21. Se supone que las calificaciones de un examen se distribuyen normalmente con media 6,5 y desviación típica 2. Si obtuvieron sobresaliente el 10% de los estudiantes que hicieron el

examen y no aprobaron el 20% calcúlese cuáles han sido las puntuaciones mínimas exigidas para: a) obtener sobresaliente y b) aprobar.

Sol: a) 9; b) 4,82

22. Si X es una v.a. normal que cumple p(X\$18) = 0,8413 y p(X\$24) = 0,0228, hállese razonadamente su media y su desviación típica. Sol: ì=20; ó=2

23. Cierto tipo de bombilla dura un promedio de 4 años, con una desviación típica de 1 año. Suponiendo que la duración de las bombillas siga una distribución normal, a) ¿qué porcentaje de bombillas se espera que duren más de 2 años?, b) si una bombilla lleva funcionando 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4 años?

Sol: a) 97,72%; b) 0,4057

24. Los gastos diarios de una familia siguen una distribución normal, con media de 50 eruos y desviación típica de 5 euros. a) Calcular el porcentaje de días en los que los gastos son inferiores a 55 euros. b) Calcular el porcentaje de días en que los gastos superan los 60 euros. c) Calcular el porcentaje de días en los gastos son superiores a 50 euros e inferiores a 60 euros.

Sol: a) 84,13%; b) 2,28%; c) 47,72%

25. a) Hállese la probabilidad de que una persona viva más de 90 años, suponiendo que la v.a. que describe el número de años de vida de una persona es una normal del tipo N(75,10). b) Hállese igualmente la probabilidad de que viva más de 65 años. Sol: a) 0,0668; b) 0,8413

26. La función f definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 2x/3 & si\ \ 0 \le x \le 3 \\ 0 & en\ \ el\ \ resto \end{cases}$$

¿Puede ser la función de densidad de alguna distribución continua?.

Sol: no

27. Calcular k para que la función definida por:

$$f(x)=\begin{cases} k.e^{2x} & si\ \ x \in (0,3) \\ 0 & en\ \ el\ \ resto \end{cases}$$

sea una función de densidad. Sol: $k = 2/(e^6-1)$

28. a) Determinar a en la función f definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x < 0 \\ x/2 & si\ \ 0 \le x \le a \\ 0 & si\ \ x > a \end{cases}$$

para que sea una función de densidad. b) Encontrar P(X#1), P(x\$2). c) Halla la función de distribución.

Sol: a) a=2; b) 1/4; 0.

29. La variable aleatoria X = "tiempo de reparación (en horas) de una avería en un taller de coches" tiene por función de densidad: $f(x) = kx^2 + 2x$ si $0<x<2$

a) Calcula la probabilidad de que una reparación dure menos de una hora. b) Cuánto dura de media una reparación; c) Un cliente ha ido a buscar el coche al cabo de 1 hora y todavía no está arreglado, ¿cuál es la probabilidad de que esté arreglado antes de 2 horas?

Sol: a) 5/8; b) 5/6; c) 1

30. Cierto tipo de batería dura un promedio de 4 años, con una desviación típica de 0,5 años. Suponiendo que la duración de las baterías es una distribución normal, a) ¿qué porcentaje de baterías se espera que duren más de 3 años?, b) si una batería lleva funcionando 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4 años?
Sol: a) 97,72%; b) 0,4883

31. La altura de los soldados de cierto ejército sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 5 cm. a) ¿Qué porcentaje de soldados mide menos de 160 cm?. b) ¿Qué porcentaje de soldados mide más de 180 cm?
Sol: a) 0,13%; b) 15,87%

32. La duración media de un electrodoméstico es de 18 años, y su desviación típica 1,2. Sabiendo que la duración se distribuye normalmente. a) Hallar la probabilidad de que un electrodoméstico dure más de 15 años. b) Si un electrodoméstico funciona a los 15 años, calcula la probabilidad de que dure más de 20 años. Sol: a) 0,9938; b) 0,048

33. En un examen a un gran número de estudiantes, se comprobó que las calificaciones obtenidas correspondían a una distribución normal con calificación media de 6,5 y desviación típica de 2.
a) Elegido un estudiante al azar, calcular cuál es la probabilidad de que su calificación esté comprendida entre 7 y 8. b) Si se presentaron 128 estudiantes al examen y el aprobado estaba a partir de 5, ¿cuántos aprobaron?. Sol: a) 0,1747; b) 99 alumnos

34. Una empresa de transporte de viajeros afirma que el tiempo de retraso de sus viajes sigue una distribución normal, con un retraso medio de 5 minutos y desviación típica de 2 minutos. Calcular:
a) Probabilidad de que un viaje no tenga retraso; b) Probabilidad de que el próximo llegue con más de 5 minutos de retraso. c) Probabilidad de que el próximo llegue con más de 10 minutos de retraso.
Sol: a) 0,0062; b) 0,5; c) 0,0062.

35. Varios test de inteligencia dieron una puntuación que sigue una ley normal con media 100 y desviación típica 20. a) Determina el porcentaje de población que obtendrá un coeficiente entre 90 y 110. b) ¿Qué intervalo centrado en 100 contiene el 25% de la población?. c) En una población de 2.000 individuos ¿cuántos individuos se espera que tengan un coeficiente superior a 130?. Sol: a) 38,3%, b) (93'6,106'4); c) 134

36. Se sabe que dos poblaciones distintas X e Y, se distribuyen con media 0. Además P(X$1) = P(Y$2) = 0,4013. Se pide calcular sus respectivas varianzas. Sol: 4, 8.

37. ¿Qué relación guardan dos curvas de distribución normal con la misma media y distintas desviaciones?. ¿Y con la misma desviación típica y distintas medias?.

38. Considerar tres distribuciones binomiales B(10,0'2), B(100,0'2), B(1000,0'2) y explicar cuál de ellas se puede aproximar mejor a una distribución normal. Sol: la tercera.

39. Una variable aleatoria X tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 1/3 & si\ \ 0 < x < 3 \\ 0 & si\ \ x \le 0\ , x \ge 3 \end{cases}$$

a) Calcúlese P(2#x#3), P(x>3), P(x<1). b) Representar gráficamente la función de distribución.

Sol: a) 1/3, 0, 1/3

40. El tiempo de vida de un televisor sigue una distribución normal de media 6,1 años y desviación típica 2,8 años.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una televisión escogida al azar dure más de 10 años?. b) Si el fabricante ofrece una garantía de 2 años ¿Cuál es la probabilidad de que un aparato escogido al azar, se estropee durante la garantía?. c) Si el fabricante sólo está dispuesto a reemplazar el 5% de los televisores que fallen antes del tiempo de vida medio. ¿Qué garantía debe ofrecer?.

Sol: a) 0,0823; b) 0,0721; c) 1,48 años.

41. Una variable aleatoria X tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 1/9 & si\ \ x\in [0,3) \\ 1/6 & si\ \ x\in [3,7] \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Demuéstrese que f cumple las propiedades que cabe esperar. b) Hállese la función de distribución de esa variable. c) Calcúlese P(1#x#3), P(x#4), P(6#x).

Sol: b) F(x) = {0 si x<0; x/9 si 0#x<3; x/6 - 1/6 si 3#x#7; 1 si x>7}; c) 2/9; 1/2; 1/6

42. Una variable aleatoria tiene de función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} k\,x & si\ \ 0\le x\le 6 \\ 0 & si\ \ x<0\,,\, x>6 \end{cases}$$

a) Hállese la constante k. b) Hállese la media y la varianza de x. c) Calcúlese P(0<x<k).

Sol: a) k=1/18; b) ì=4, V(x)=2; c) 1/11664

43. El peso de los pollos de una granja sigue una distribución normal de 1500 g de media y 50 g de desviación típica. Si la granja tiene 10.000 pollos:

a) ¿Cuántos pesarán más de 1550 g?; b) ¿Cuántos pesarán menos de 1400 g?. c) ¿Cuántos pesarán entre 1450 y 1510 g?. Sol: a) 1587; b) 228; c) 4206.

44. Una variable aleatoria X tiene una función de distribución:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x<-2 \\ \dfrac{(x+2)^2}{16} & si\ \ x\in [-2,2] \\ 1 & si\ \ x>2 \end{cases}$$

Calcúlese: a) la función de densidad, b) la media y c) la varianza.

Sol: a) f(x) = {(x+2)/8 si -2#x#2; 0 en el resto}; b) ì=2/3; c) ó$^2$=8/9

45. Una variable aleatoria X tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x<-3 \\ \dfrac{x^2+2}{30} & si\ \ -3\le x\le 3 \\ 0 & si\ \ x>3 \end{cases}$$

a) Comprobar que efectivamente es una función de densidad. b) Calcular la función de distribución. c) Representar F(x) y f(x).

Sol: b) F(x) = {0 si x<-3; $(x^3+6x)/90$ si -3#x#3; 1 si x>3}

46. El número de cajetillas de tabaco de una determinada marca vendidas en un estanco a lo largo de un día sigue una distribución normal con media 150 y una desviación típica de 20. ¿Cuántas cajetillas de esa marca deben encargar para atender al 90% de los clientes?. Sol: 176

47. Si Z es la distribución normal reducida, hállese: a) P(Z$0,75) b) P(|Z|>0,85) c) P(1<Z#1,73) d) P(|Z-1|<0,5).

Sol: a) 0,2266; b) 0,6046; c) 0,1169; d) 0,2417

48. La función f definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{5x}{3} & si\ \ 0 \le x \le 2 \\ 0 & en\ \ el\ \ resto \end{cases}$$

¿Puede ser la función de densidad de alguna distribución continua?. Sol: no

49. Los resultados de una prueba de selección a 500 personas permite afirmar que la puntuación sigue una distribución normal, con media de 40 puntos y desviación típica de 8 puntos. a) Calcular cuántos de los examinados han obtenido una puntuación entre 30 y 50 puntos. b) Si se eligen al azar tres de esas 500 personas, calcular la probabilidad de que todas tengan puntuación superior a 50. Sol: a) 394; b) 0,00118

50. Una fábrica produce latas para conserva, cuyas capacidades están distribuidas normalmente con media de 200 $cm^3$ y varianza 1. Una lata se considera defectuosa si su capacidad no está comprendida en el intervalo (199'5,202). ¿Qué probabilidad tiene un recipiente extraído al azar, de ser defectuoso?.

Sol: 0,3313

51. La nota media obtenida en un examen de oposición fue de 46 con una desviación de 4. Si se presentaron 5300 opositores y había 397 plazas. ¿Cuál será la nota de corte?

Sol: • 52