

LIMITES

1. Halla el límite de las siguientes sucesiones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a_n = \frac{1-2n}{n} & \text{b) } a_n = \frac{n+3}{n-1} & \text{c) } a_n = \frac{1+n}{1-2n} & \text{d) } a_n = \frac{n-2}{n+4} \\ \text{e) } a_n = \frac{3+8n}{2n+5} & \text{f) } a_n = \frac{3n+5}{12n+1} & \text{g) } a_n = \frac{6n-1}{3n+3} & \text{h) } \end{array}$$

$$a_n = \frac{3-2n}{n-2}$$

Sol: a) -2; b) 1; c) -1/2; d) 1; e) 4; f) 1/4; g) 2; h) -2

2. Halla los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n & \text{b) } a_n = 0,5^n & \text{c) } a_n = 2^{n+1} & \text{d) } a_n = 3^{n-1} \\ \text{e) } a_n = \sqrt[n]{2} & \text{f) } a_n = \frac{3}{n^2} & \text{g) } a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n & \text{h) } a_n = \sqrt[n]{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$\text{i) } a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Sol: a) 4; b) 0; c) 4; d) 4; e) 0; f) 0; g) 0; h) 1; i) 1

3. Halla los límites siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n-3}}{2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 1}{n-3} & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{n^2-1} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-4}{n+2} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5}{6n^2-2} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^2}{n^2+1} \end{array}$$

Sol: a) 0; b) 4; c) 0; d) 1; e) 1/2; f) 1

4. Halla los límites siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n-2)}{(n-1)^2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n} - (n-3) & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2\sqrt{n}}{n} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{4n+5}{2n-3}} \\ \text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+1}{n+1}\right)^{n^2+3} & \text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n-5}{2n+1}} & \end{array}$$

Sol: a) 1; b) 5; c) 1; d) 0; e) -4; f) 4; g) 0; h) e^{-6}

5. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+3}\right)^{\frac{n^2-1}{n+1}} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+4}{3n-2}\right)^{4n+7} & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+3}\right)^{2n+1} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2-1} \right)^{\frac{n+2}{3}} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+2}{2n-1} \right)^{\frac{n^2+n}{n-2}} \quad \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+2n-1}{n^2-20n} \right)^{\frac{2n}{n-1}} \\
 \text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2-2}} \right)^n & \text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{4n+1}{4n}} \quad \text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3n^2-2n+1}{3n^2-1}} \\
 \text{j) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n-1}{n^2} \sqrt{4n^2+1}}{\sqrt[n]{n(4n+3)}} & \text{k) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-4} \right)^{\frac{n^2+5}{n}} \quad \text{l) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3n+4}{n^2-1} \right)^{n+2}
 \end{array}$$

Sol: a) e^{-2} ; b) e^8 ; c) e^{-10} ; d) 1; e) $e^{3/2}$; f) 1; g) 1; h) 1; i) 1; j) $e^{-3/4}$; k) $e^{5/3}$; l) e^3

6. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x+1}{2x+5} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x}{3-x^2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-4x^2}{3x-2} \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-3}{3x} - 4x & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x+1}{3x+1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-2x+1}{3x+1} \\
 \text{g) } \lim_{x \rightarrow 3} x^2-3x+2 - \frac{x^2+1}{x^2-1} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-3x-1}
 \end{array}$$

Sol: a) 1/3; b) -1/2; c) -2; d) -35/3; e) 1/4; f) 1; g) 3/4; h) 2

7. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2+2} \right)^x & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-x}{x^2-2} \right)^{x+1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{x+1} \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-2x}{3x^2+1} \right)^{15x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{x^2-3x} \right)^{\frac{1}{x}} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-x}} \right)^x \\
 \text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} \right)^{x-2} & \text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2x}{x^2-1} \right)^{\frac{3}{x^2}}
 \end{array}$$

Sol: a) 1; b) 1/e; c) e^{-3} ; d) e^{-10} ; e) 1; f) \sqrt{e} ; g) e; h) 1

8. Calcula los límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-3x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2}$$

Sol: a) 3/2; b) 0; c) 0

9. Calcula el valor de los límites cuando n tiende a infinito de las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } n^3-n^2+2n-1 & \text{b) } n^2 \left(n-4 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \right) & \text{c) } n-2n^2 & \text{d) } \frac{n^2-n}{n-2} \\
 \text{e) } n^2-2n+1 & \text{f) } \frac{3n^2+n}{n^2-1} & \text{g) } \frac{n^2+2}{3n^2-3n} & \text{h) } \frac{3n^2+2}{n^3-1}
 \end{array}$$

Sol: a) 4; b) 4, c) -4; d) 4; e) 4; f) 3; g) 1/3; h) 0

10. Calcula el valor de los límites cuando n tiende a infinito de las siguientes expresiones:

a) $\frac{n^4 - n}{2n^4 + 3n^2}$ b) $\sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ c) $\sqrt{3n^2} - \sqrt{n^2}$ d) $\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+2}$
 e) $\frac{3n}{\sqrt{n^3+2}}$ f) $n - \sqrt{n^2+1}$ g) $2n - \sqrt{n+1}$ h) $\frac{n - \sqrt{n-1}}{n - \sqrt{n-2}}$
 i) $\frac{n - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - n}$ j) $\frac{n - \sqrt{n^2+n}}{n - \sqrt{n^2+1}}$

Sol: a) 1/2; b) 0; c) 4; d) 0; e) 0; f) 0; g) 4; h) 1; i) -1; j) 4

11. Calcula el valor de los límites de las siguientes funciones si n tiende a infinito:

a) $\sqrt{n^2+1} - n$ b) $\frac{\sqrt{4n^2+1} - 2n}{\sqrt{n^2+2} - n}$ c) $\frac{2}{n - \sqrt{n^2+1}}$ d) $\frac{n+1}{n^2 - \sqrt{n^4-n}}$
 e) $\frac{n}{\sqrt{n^4+n^2-n^2}}$ f) $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n+2}$ g) $\left(\frac{n+2}{n}\right)^{\frac{n^2}{n+1}}$ h) $\left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^{\frac{n^2}{n-1}}$

Sol: a) 0; b) 1/4; c) -4; d) 4; e) 4; f) e^{-2} ; g) e^2 ; h) e^2

12. Calcula el valor de los límites de las siguientes funciones si n tiende a infinito:

a) $\left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2+1}$ b) $\left(\frac{n+5}{n-3}\right)^{n+1}$ c) $\left(\frac{2n+3}{2n}\right)^n$ d) $\left(\frac{n^2+4}{n^2-n}\right)^{\frac{n^2}{n+1}}$
 e) $\left(\frac{2n+1}{2n}\right)^{\frac{n^2}{2n^2+n}}$ f) $\left(\frac{3n}{3n+2}\right)^{\frac{n^2}{3}}$ g) $\sqrt{n^2+2} - n$ h) $\left(\frac{n+1}{n-2}\right)^{\frac{2n}{5}}$
 i) $n - \sqrt{n^2+3}$ j) $\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-3}$

Sol: a) 0; b) e^8 ; c) $e^{3/2}$; d) e ; e) 1; f) 0; g) 0; h) $e^{6/5}$; i) 0; j) 0

13. Calcula los siguientes límites teniendo en cuenta a que tiende la incógnita:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2x$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2+3x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}}{x}$
 e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{2x+1}$ g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{2x}$ h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x-2}}$

Sol: a) 3; b) 1; c) 2; d) 4; e) $\sqrt{2}/4$; f) 0; g) 4; h) 2

14. Calcula los siguientes límites teniendo en cuenta a que tiende la incógnita:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{\frac{x}{3}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\frac{2}{x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} (2+x)^{\frac{x}{x+1}}$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^{x^2-1}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-1}{2} \right)^{\frac{3}{x-3}}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$ g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{2-x}$
 h) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x-5)^{\frac{2x-6}{x^2-9}}$ i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}}$

Sol: a) e; b) e^2 ; c) $1/e$; d) 1; e) $e^{3/2}$; f) e; g) -4; h) 1; i) 0

15. Calcula los siguientes límites teniendo en cuenta el valor a que tiende la incógnita:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} (2+x)^{\frac{x^2+2x}{x^2-2}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\frac{2}{x}}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{3n^2} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$
 d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+n} - 2n}{n - \sqrt{n^3-n^2}}$ e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n+2]{\left(\frac{n^2-1}{2+n^2} \right)^{n^2}}$ f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n - \sqrt{n^2+3n}}$

Sol: a) 1; b) e^2 ; c) 0; d) -1; e) 1; f) -2/3

16. Calcula los siguientes límites teniendo en cuenta el valor a que tiende la incógnita:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2} \right)^{\frac{x+1}{x^2-2x+1}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{x+2}{x+3}$
 d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-9}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-x^3}{x^2+x}$ f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1) \cdot \sqrt{n^2+n} + n^2}{n^2+1}$

Sol: a) 1; b) 1/4; c) 0; d) 4; e) 1; f) 2

17. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

a) $\frac{n^3-n^2+8}{3n^3+2n^2+2n}$ b) $\frac{3n^2-4n-1}{-n^3+3n^2+n+7}$ c) $\sqrt{\frac{2n^2-2}{n^2+3}}$ d) $\frac{\sqrt{n^3+n}}{n^2+n}$
 e) $\frac{2n+\sqrt{n^3-1}}{3n+3}$ f) $\frac{\sqrt{n}}{n}$ g) $\sqrt{\frac{n+1}{n^2+4}}$ h) $\frac{n\sqrt{n}}{3n+4}$

Sol: a) 1/3; b) 0; c) 2; d) 4; e) 4; f) 0; g) 0; h) 4

18. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

a) $\frac{2n}{\sqrt{n^2-1}+n}$ b) $\frac{1000}{\sqrt{n+1000}+\sqrt{n}}$ c) $\frac{2n^2-3n+4}{n+2} - 2n$
 d) $\frac{n^2-3n+5}{n+5} - \frac{n^2-5}{n+3}$
 e) $n - \frac{2n^2+n}{n+4}$ f) $\frac{n+1}{2} - \frac{n^2+2n}{n-1}$ g) $\sqrt{n^2+5} - n$ h) $\sqrt{n+4} - \sqrt{n}$
 i) $\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$ j) $\sqrt{n^2+3n} - n$

Sol: a) 1; b) 0; c) -7; d) -5; e) -4; f) -4; g) 0; h) 0; i) 0; j) 3/2

19. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt{n+1}} - n & \text{b)} \frac{1}{\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}} & \text{c)} \frac{1}{\sqrt{n^2+n} - n} & \text{d)} 2^n - 3^n \\ \text{e)} \frac{2^n}{2^{n+1} - n} & \text{f)} \frac{2^{n+1} + 3}{3 \cdot 2^n - 4} & \text{g)} \frac{2^n + 1}{3^n + 8} & \text{h)} \left(\frac{3}{2}\right)^n - n^3 \end{array}$$

Sol: a) -4; b) -4; c) 2; d) -4; e) 1/2; f) 2/3; g) 0; h) 4

20. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{3n} & \text{b)} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{\frac{3n+2}{5}} & \text{c)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n+1} & \text{d)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{n^2-2n}{3n}} \\ \text{e)} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n-3} & \text{f)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n} & \text{g)} \left(\frac{n^2-1}{n^2+n}\right)^{n-3} & \text{h)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3+5n} \\ \text{i)} \left(\frac{2n+1}{2+2n}\right)^{\frac{4n^2-1}{2n}} & \text{j)} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{\frac{n^2}{2}} & \text{k)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-4} & \text{l)} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} \end{array}$$

Sol: a) e; b) e^{12/5}; c) e²; d) e^{1/3}; e) e; f) e³; g) 1/e; h) e⁵; i) 1/e; j) 0; k) e; l) 1

21. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \left(2 - \frac{1}{n}\right)^n & \text{b)} \left(\frac{2n+3}{4+2n}\right)^{5n} & \text{c)} \left(2 + \frac{2}{n}\right)^n & \text{d)} \left(1 + \frac{2n-3}{5+n}\right)^{\frac{n^2}{1+n}} \\ \text{e)} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{3n+2}{5}} & \text{f)} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^{n-1} & \text{g)} \left(1 + \frac{1}{n} + 2n\right)^n & \text{h)} \left(\frac{n^2+3n}{n^2-3}\right)^{10n} \\ \text{i)} \left(\frac{2n-3}{2n+3}\right)^{\frac{n^2+3}{3n}} & \text{j)} \left(\frac{n^3-1}{n^3+1}\right)^{n^3-1} & \text{k)} \left(\frac{n^2+3}{n^2}\right)^{\frac{n^2+1}{n}} & \text{l)} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{2n} \end{array}$$

Sol: a) 4; b) e^{-5/2}; c) 4; d) 4; e) e^{3/5}; f) 1; g) 4; h) e³⁰; i) 1/e; j) e⁻²; k) 1; l) 0