

Examen Integrales

**Teoría:**

Regla de Barrow. Enunciado y demostración.

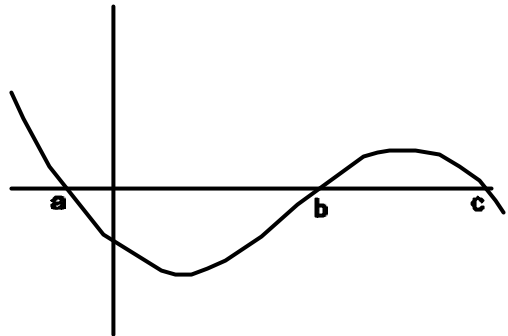
Cuestiones:

a) Probar que la función  $f(x) = x^2$  cumple el teorema del valor medio del cálculo integral en  $[0,2]$  y hallar el punto cuya existencia asegura el teorema.

b) )Cuál de las siguientes expresiones nos da el área limitada por la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas:

$$\int_a^c f; \left| \int_a^c f \right|; \int_a^b f + \int_b^c f; -\int_a^b f + \int_b^c f$$

c) Cita tres propiedades de la primitiva de una función.



**Exercicios:**

1.- Calcula

a)  $\int \frac{x+2}{x^2-6x+18} dx$     b)  $\int e^x \cdot \cos x dx$     c)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{16+x^2}$

2.- Calcula el área de la región del plano comprendida entre la curva  $y=x^2+x-2$ , el eje OX y las rectas  $x=-1$  y  $x=4$ .

3.- Determina los extremos de la función:

$$F(x) = \int_1^{x^2} (t-1) dt$$

Soluciones:

C.1. a)  $x=2/3$

1. a)  $\frac{1}{2} \ln |x^2-6x+18| + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{x-3}{3} \right) + c$ ; b)  $\frac{e^x \cos x + e^x \operatorname{sen} x}{2} + c$ ; c)  $\pi/8$

2.-  $115/6 u^2$

3.- Máx:  $x=0$ , mín:  $x=1$

Examen Integrales

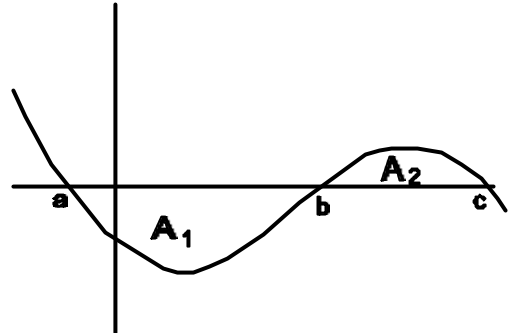
**Teoría:**

Teorema fundamental del Cálculo Integral. Enunciado y demostración.

**Cuestiones:**

a) Si las áreas de las partes rayadas son  $A_1=1$  y  $A_2=1/2$ , calcula el valor de:

$$\int_b^c f; \int_a^c f; \int_a^c |f|; \left| \int_a^c f \right|$$



b) Deriva las funciones:

a)  $F(x) = \int_x^{x^2} \cos t \, dt$       b)  $G(x) = \int_1^{2x} \cos t^2 \, dt$

**Ejercicios:**

1.- Determina el área de la región del plano limitada por la gráfica de la función  $y=x^3-x$  y los ejes de coordenadas.

2.- Calcula:

a)  $\int e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx$       b)  $\int \frac{\arcsen^2 x \, dx}{\sqrt{x-x^2}}$

c)  $\int \frac{x^2 \, dx}{3+x^6}$       d)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{2+\sen x} \, dx$

Soluciones:

a)  $1/2, -1/2, 3/2, 1/2$

b)  $F'(x) = 2x \cdot \cos x^2 - \cos x$ ;  $G'(x) = 2 \cdot \cos(2x)^2$

1.  $1/2$

2. a)  $e^x - 1/x + c$ ; b)  $\frac{\arcsen^3 x}{3} + c$ ; c)  $\frac{\sqrt{3}}{9} \arctg \left( \frac{x^3}{\sqrt{3}} \right) + c$ ; d)  $\ln 3 - \ln 2$