

EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y POLINOMIOS

1. Dado el polinomio $A(x) = x^2 + 3$. Halla: a) $(B(x))^2$ y b) $(B(x))^3$
2. a) Define valor numérico de un polinomio $P(x)$ en $x = a$.
b) Halla el valor numérico del polinomio $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$ en: a) $x = 2$ y b) $x = \sqrt{2}$
3. Halla "a" y "b" para que el polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + ax + b$ sea divisible por $Q(x) = x^2 + 2x - 3$.
4. Dado el polinomio $P(x) = x^2 + 2x + k$ encuentra "k" para que $P(x)$ sea divisible por $x + 2$.
5. Factoriza el polinomio $Q(x) = x^4 + x^3 - 2x^2$.

Soluciones:

1. $B(x)^2 = x^4 + 6x^2 + 9$; $B(x)^3 = x^6 + 9x^4 + 27x^2 + 27$
2. a) 7; b) $5\sqrt{2} - 5$
3. a = 5, b = -3
4. k = 0
5. $Q(x) = x^2(x-1)(x+2)$

EXAMEN POLINOMIOS

1. Define:

- a) monomio
- b) binomio
- c) polinomio
- d) división entera
- e) grado de un polinomio

2. Dados los polinomios,

$$P(x) = 3x^3 + x^2 - 2x + 3 \text{ y } Q(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 1, \text{ halla:}$$

- a) El valor numérico de $P(x)$ para $x = -2$.
- b) $P(x) - Q(x)$
- c) $P(x) \cdot Q(x)$

3. Efectúa la división $(2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2) : (x^2 + x - 1)$

4. a) Calcula: a¹) $(2a + b)^2$; a²) $(3-x)(3+x)$; a³) $(1-x)^2$

b) Expresa, si es posible, como el cuadrado de una suma o diferencia, o como el producto de una suma por una diferencia:

b¹) $9x^2 - 4$; b²) $4x^2 + 4x + 1$; b³) $9 + 12x + 4x^2$

5. a) Efectúa, utilizando la regla de Ruffini:

$$(3x^4 - x^3 + 2x^2 - x - 3) : (x - 1)$$

b) Opera: $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x-1} - 1$

Soluciones:

2. a) -13; b) $x^3 + 3x^2 - 5x + 4$; c) $6x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 10x^3 - 13x^2 + 11x - 3$

3. $C(x) = 2x^2 + x - 1$; $R(x) = 2x + 1$

4. a) a¹) $4a^2 + 4ab + b^2$; a²) $9 - x^2$; a³) $1 - 2x + x^2$; b) b¹) $(3x-2)(3x+2)$; b²) $(2x+1)^2$; b³) $(3+2x)^2$

5. a) $3x^3 + 2x^2 + 4x + 3$; b) $-\frac{3x+1}{x^2-1} - 2$

EXAMEN POLINOMIOS

1. a) Desarrolla las siguientes expresiones: a) $(2x+3)^2$; b) $(2^a-b^2)^2$
b) Halla los términos que faltan en los siguientes desarrollos:
 $(x+\dots)^2 = \dots+6xy+\dots$ $(x-\dots)^2 = x^2-\dots+4a^2$
2. a) Factoriza (sacando factor común y utilizando las fórmulas notables) las siguientes expresiones:
 $P(x) = x^2(x+1)+2x(x+1)+(x+1)$
 $Q(x) = x^2(x+2)-2x(x+2)+(x+2)$
b) Halla el valor numérico de $P(x)$ para $x=-1$ y $x=1$
3. Descomponer en factores utilizando la regla de Ruffini, los siguientes polinomios:
 $P(x) = x^3+2x^2-x-2$
 $Q(x) = x^4-x^3-x^2+x$
 $R(x) = x^3-x^2-4x+4$
4. a) Define raíz de un polinomio.
b) Halla el valor de "m" sabiendo que una de las raíces del polinomio siguiente es -1:
 $P(x) = x^3+mx^2-2x-3$
c) Escribe un polinomio de segundo grado sabiendo que sus raíces son: 1 y 2.
5. Calcula el valor numérico del polinomio $P(x)=x^4-2x^3+4x+1$ para $x=-2$ y para $x=\sqrt{2}$

Soluciones:

1. a) $4x^2+12x+9$; $4a^2-4ab^2+b^4$; b) $(x+3y)^2$; $(x-2a)^2$
2. a) $P(x)=(x+1)^3$; $Q(x)=(x-1)^2(x+2)$; b) $P(-1)=0$; $P(1)=8$
3. $P(x)=(x^2-1)(x+2)$; $Q(x)=x(x+1)^2(x-1)$; $R(x)=(x-1)(x+2)(x-2)$
4. b) $m=2$; c) x^2-3x+2
5. a) 25; b) 5

EXAMEN POLINOMIOS

- Se consideran los siguientes polinomios: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, y $Q(x) = x - 2$.
 - Efectúa el producto de $P(x)$ por $Q(x)$.
 - Indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente del polinomio producto.
 - Halla el valor numérico del polinomio producto en $x = 1/2$
- Expresa los siguientes polinomios como el cuadrado de una suma o de una resta:
 $P(x) = 4x^2 + 12x + 9$
 $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2$
 - Calcula el valor del siguiente número: 198^2 . (Aplica el cuadrado de una diferencia)
- Dado el polinomio $P(x) = x^3 + x + 2$
 - Averigua, sin efectuar la división, si es divisible por alguno de estos polinomios: $x + 1$ ó $x - 1$.
Indica en qué te basas para asegurar si es o no divisible por ellos.
 - Efectúa la división de $P(x)$ entre estos dos polinomios, empleando la regla de Ruffini.
- Simplifica la expresión: $P(x) = \frac{x+3}{x \cdot (x+1)} - \frac{2}{x+1}$ y halla su valor para $x = -1/3$ y para $x = \sqrt{3}$

Soluciones:

- a) $x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 2x - 4$; b) Grado 4, coeficiente principal: 1, término independiente: -4; c) -33/16
- a) $(2x+3)^2$; $(x^2+2x)^2$; b) $(200-2)^2 = 39204$
- a) divisible entre $(x+1)$, no divisible entre $(x-1)$; b) $C(x) = x^2 - x + 2$; $C(x) = x^2 + x + 2$, $R(x) = 4$
- $\frac{3-x}{x(x+1)}$ 4; $P(-1/3) = -15$; $P(\sqrt{3}) = (3 - \sqrt{3})^2 / 6$

EXAMEN POLINOMIOS

1. Dos amigos viven en dos poblaciones A y B que distan 24 km entre sí. Uno sale de A hacia B, caminando a 3 km/h y el otro va de B hacia A, a 5 km/h. ¿A qué distancia de A se encontrarán?

2. Calcula: $2(2x-1)(x-1)+(2x+1)^2-(x+2)(x-2)$

3. Halla el cociente y el resto de la división: $(x^5-2x^4+5x^2-5x):(x^3-x+2)$

4. ¿Es divisible el polinomio $x^5-2x^4+x^3-x^2+1$ por $x+1$?

5. Descompón en factores:

a) $5x^3+5x^2-10x$

b) $2x^2+2x-12$

6. Calcula y simplifica:

a) $\frac{x^2+2x}{x^2-4} : \frac{2x+2}{x^2-x-2} 5$

b) $\frac{3}{x-3} - \frac{2}{x+3} + \frac{x}{x^2-9} 6$

Soluciones:

1. 9 Km

2. $7x^2-2x+7$

3. $C(x)=x^2-2x+1$; $R(x)=x^2-2$

4. No

5. a) $5x(x-1)(x+2)$; b) $2(x-2)(x+3)$

6. a) $x/2$; b) $(2x+15)/(x^2-9)$

EXAMEN POLINOMIOS

1. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^4 - x^2}{x^3(x-1)^2} 7$ b) $\frac{x^5 + 3x^4 - 4x^2}{x^4 - 3x^2 + 2x} 8$

2. Calcula, si es posible, los valores de las fracciones anteriores para los siguientes valores: $x=1$ y $x=-1$

3. Opera:

a) $\frac{2}{x^2 - 1} - \left(\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} \right) 9$

b) $\frac{1 - \frac{x}{2}}{1 + \frac{x}{3}} - \frac{1 + \frac{x}{2}}{1 - \frac{x}{3}} 10$

c) $\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1+x}{x^2} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right) 11$

4. Hallar los valores de "a" y "b" en el siguiente polinomio, sabiendo que es divisible por $x+1$ y que al dividirlo por $x-2$ el resto que se obtiene es 12: $A(x)=ax^3+2x^2-x+b$

5. Descompón en factores, sacando factor común, las siguientes expresiones:

a) $(a+b).a-b.(a+b)$ b) $x^2a-x^3-ay^2+xy^2$ c) $x^3-x^2y^2+x y^2$

Soluciones:

1. a) $\frac{x+1}{x(x-1)} 12$; b) $\frac{(x+2)x}{x-1} 13$

2. en $x=1$ no es posible; en $x=-1$ 6 0, 1/2

3. a) $\frac{-x}{x-1} 14$; b) $\frac{15x}{x^2-9} 15$; c) $\frac{x+1}{x} 16$

4. $b=-2, a=1$

5. a) $(a-b)(a+b)$; b) $(x-y)(x+y)(a-x)$; c) $(x^2+1)(x-y^2)$

EXAMEN POLINOMIOS

- Traduce a lenguaje algebraico las expresiones siguientes:
 - El doble del cuadrado de un número más el cubo de su doble
 - El producto de un número y de su inverso es 1
 - La suma de 3 números consecutivos es el doble de la suma de los dos primeros.
- Calcula el cociente y el resto de la división $(6x^3 - x^2 - 1) : (2x^2 - x)$
- Desarrolla: $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$ 17
 - Utilizando las fórmulas notables o sacando factor común, descomponer en factores las expresiones siguientes:
 - $3x^3 + 3x^2 - 6x$
 - $2x^3 - 4x^2 + 2x$
- Resuelve la ecuación siguiente: $\frac{x-2}{3} + \frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{4} + \frac{1}{2}$ 18
- Un padre tiene triple edad que su hijo. Si el padre tuviera 5 años menos y el hijo 5 años más, la edad del padre sería el doble de la de la hijo. Averigua la edad de cada uno.

Soluciones:

- $2x^2 + (2x)^3$
 - $x \cdot \frac{1}{x} = 1$
 - $x + (x+1) + (x+2) = 2(x + (x+1))$
- $C(x) = 3x + 1$; $R(x) = x - 1$
- $4x^2 + 2x + 1/4$
 - $3x(x-1)(x+2)$
 - $2x(x-1)^2$
- $x = -1$
- 15 y 45 años