EXAMEN GLOBAL

1. a) Enunciado y demostración del teorema del seno.

b) Dos coches parten al mismo tiempo de un mismo punto. Van por carreteras rectas que forman entre sí un ángulo de 30º. El primer coche lleva una velocidad constante de 60 km/h y el segundo de 100 km/h. ¿Cuánto distan entre sí después de dos horas?.

2. a) Demuestra la igualdad: $tg^2\left(\frac{a}{2}\right) + 1 = \frac{2}{1+\cos a}$

b) Resuelve la ecuación: senx.cos(2x) = sen^2(ð-x) si 0#x#2ð

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $2^{2x+1} + 1 = 2^{2x} + 2^{x+1}$ b) 2ln(x-1) - ln9 = 4

4. Dada la función y = 1/x. ¿Existe algún punto en el que la recta tangente esté inclinada 45º?, ¿y 135º?. Calcula esa recta tangente.

5. Estudia si la función $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si\ \ x \leq 0 \\ 1-x & si\ \ 0 < x \leq 1 \\ \frac{1-x^2}{2} & si\ \ x > 1 \end{cases}$ es continua y derivable en los puntos x = 0 y x = 1.

6. En un triángulo rectángulo sus catetos suman 12 cm. ¿cuáles son la dimensiones del triángulo de área máxima?. ¿Cuál es esa área?.

7. Representa gráficamente la función $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$

8. Integra: a) $\int \frac{2-x}{x^2-1}\,dx$ b) $\int \frac{x}{x^2+1}\,dx$

Soluciones:

1. 113,27 Km
2. b) x = 0, x = 30º, x = 150º, x = 270º
3. a) x = 0; b) x = $3e^2+1$
4. 45º no, 135º: y = -x + 2, y = -x-2
5. x = 0 continua y no derivable, x = 1 continua y derivable
6. a = 6 cm, b = 6 cm; A = 18 cm^2
8. a) $\frac{\ln|x-1|}{2} - \frac{3\ln|x+1|}{2} + c$; b) $\frac{\ln|x^2+1|}{2} + c$

EXAMEN GLOBAL

1. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica, sabiendo que el ángulo pertenece al tercer cuadrante:

$$\cos\left(\frac{(x+2)p}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

2. En el triángulo ABC, el ángulo $A=60^\circ$, $B=30^\circ$ y el lado $a = \sqrt{3}$. Calcula el ángulo C y los lados b y c.

3. Calcula las raíces de la ecuación $x^3-1=0$

4. Halla la ecuación de la circunferencia tangente a la recta $y=2$, al eje OX y que pasa por el punto (2,2).

5. Halla la ecuación de la recta perpendicular a la $3x-2y+3=0$ que pasa por el punto (1,2).

6. Halla la derivada de la función $y = x^{senx}$

7. Halla la ecuación de la tangente a la curva $y = \ln(x^2)$, en el punto de abscisa $x=e$.

8. Calcula el área comprendida entre el eje de abscisas y la curva $y = x^3-5x^2+6x$.

9. Estudia y representar la curva $y = \dfrac{x}{x+1}$

10. Calcula la siguiente integral definida $\displaystyle\int_0^2 \frac{4x}{x^2+1}\, dx$

<u>Soluciones:</u>

1. $x=2/3$
2. $C=90^\circ$, $b=1$, $c=2$
3. $x=1_{0}$, $x=1_{120^\circ}$, $x=1_{240^\circ}$
4. $(x-2)^2+(y-1)^2=1$
5. $2x+3y-8=0$
6. $y' = \left(\cos x \,.\ln x + \dfrac{senx}{x}\right) .\ x^{senx}$
7. $y-2=2(x-e)/e$
8. 37/12

10. 2 ln5

EXAMEN GLOBAL

1. Deduce las razones trigonométricas del ángulo doble. Calcula las razones de 120º.

2. Resuelve: sen $2x = tgx$

3. Calcula: a) $(1+i)^8$ y b) $\sqrt[3]{2+2i}$

4. Estudia y representa $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

5. Calcula: a) $\displaystyle\int \frac{1}{x\,.\,lnx}\,dx$ b) $\displaystyle\int 3x\,.\,sen(3\,x^2+1)\,dx$

6. Dados los puntos A(0,5); B(3,1) y C(7,4). Calcula el área del triángulo de vértices ABC.

7. Dada la ecuación $16x^2 + 9y^2 = 144$. Se pide: a) Clase de cónica que es; b) Calcular sus ejes y excentricidad; c) Ecuación de la tangente en $x = 0$ y ordenada positiva.

<u>Soluciones:</u>

1. sen120º = $\sqrt{3}$ /2; cos120º = -1/2; tg120º = -$\sqrt{3}$
2. x = ð/4 + kð/2; x = 0 + kð
3. a) 16; b) $\sqrt{2}_{15^\circ}$; $\sqrt{2}_{135^\circ}$; $\sqrt{2}_{255^\circ}$
5. a) $\ln\,|\,\ln x\,| + c$; b) $-\dfrac{\cos(3\,x^2+1)}{2} + c$
6. A = 25/2 u^2
7. a) Elipse; b) $x = 0$, $y = 0$; $e = 5\sqrt{7}/4$; c) $y = 4$

ejerciciosyexamenes.com

EXAMEN GLOBAL

1. Usando las ecuaciones del seno y coseno del ángulo mitad calcula sen 30° y cos 45°.

2. ¿Qué diferencia hay entre función primitiva e integral indefinida?. Si quieres Explícalo mediante un ejemplo.

3. Resuelve la ecuación $x^3+8=0$.

4. Halla la ecuación de la perpendicular a la recta $x-y+1=0$ que pasa por el origen de coordenadas.

5. Estudia crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos de la función $y=x^3-2x^2+5$.

6. Escribe la ecuación de una circunferencia, una elipse y una parábola que pasen por el punto (2,4)

7. Deriva las funciones: a) $y = \ln(x^2-x)^2$ b) $y = \cos(x^x)$

c) $y = arctg\left(\dfrac{e^x}{x}\right)$

8. Multiplica el conjugado de $2+2i$ por el opuesto de $2-i$.

9. Calcula las razones del ángulo –120°.

10. Calcula el área delimitada por la gráfica $y=x^2-4$ y el eje OX, entre los puntos de abscisas 0 y 4.

<u>Soluciones:</u>

1. $sen30° = 1/2$; $cos45° = \sqrt{2}/2$
3. $x = 2_{60°}$, $x = 2_{180°}$, $x = 2_{300°}$
4. $x+y=0$
5. max: $x=0$, min: $x=4/3$, crece (-4,0)c(4/3, +4), decrece (0,4/3)
7. a) $y' = \dfrac{2(x^2-x)(2x-1)}{(x^2-x)^2}$; b) $y' = -sen(x^x).(lnx+1).x^x$

c) $y' = \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{e^x}{x}\right)^2}\cdot\dfrac{e^x.x-e^x}{x^2}$

8. $-2+6i$
9. $sen(-120°) = -\sqrt{3}/2$; $cos(-120°) = -1/2$; $tg(-120°) = \sqrt{3}$
10. 16 u^2

EXAMEN GLOBAL

1. a) Resuelve la ecuación: $z^6+i=0$
b) Calcula$(1+i)^{20}$.

2. Halla la ecuación de la tangente y de la normal a $f(x) = \ln(\cos x)$ en $x=\pi/4$.

3. Estudia: Dominio, asíntotas, crecimiento, máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función: $y=\dfrac{5}{x-2}$

4. Halla las dimensiones del triángulo isósceles de perímetro 24 que tiene área máxima.

5. a) Primitiva de una función. Propiedades.
b) Calcula las primitivas de las funciones: a) $y = x^2\cdot\cos x$; b) $y=\dfrac{x+1}{x^2-x-6}$

6. Halla el área limitada por la función $f(x) = -x^2+x$ el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=2$.

7. Se tiene el cuadrilátero ABCD con A(1,0); B(2,1); C(5,-1); D(4,-2). Comprueba que es un paralelogramo y calcula su centro y su área.

8. Hallar las ecuaciones de las circunferencias y el área del circulo correspondiente si sabemos de cada una que: a) es tangente a la bisectriz del segundo cuadrante y tiene su centro en el punto (0,2); b) pasa por (2,4) y es concéntrica con la circunferencia $x^2+y^2-2x-6y=0$.

<u>Soluciones:</u>
1. a) 1_{45°, 1_{105°, 1_{165°, 1_{225°, 1_{285°, 1_{345°; b)$(2^{10})_{180^\circ}=-2^{10}$
2. tg: $y-\ln(\sqrt{2}/2)=-(x-\pi/4)$, normal: $y-\ln(\sqrt{2}/2)=x-\pi/4$
3. Dom: $\mathbb{R}-\{2\}$; asínt: $y=0$, $x=2$; decrece $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$, no hay max, min ni ptos de inflexión
4. 8, 8, 8
5. a) $x^2.\text{sen}x+2x.\cos x-2.\text{sen}x+c$; b) $\dfrac{\ln|x+2|}{5}+\dfrac{4\ln|x-3|}{5}+c$
6. $1\ u^2$
7. Centro (3,-1/2), area: $5u^2$
8. a) $x^2+(y-2)^2=2$; $A=2\pi$; b) $(x-1)^2+(y-3)^2=2$; $A=2\pi$

EXAMEN GLOBAL

1. Resuelve la ecuación trigonométrica: sen(x/2) = cosx.

2. Encuentra los ángulos de un trapecio isósceles en el cual las bases miden 23 cm y 59 cm y la altura mide 18 cm.

3. Dados los números complejos: $z = 1_{45^\circ}$, $u = 2_{30^\circ}$ y $w = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}\,i$. Calcula: a) u^2/z; b) $u\text{-}z^2$; c) $\sqrt[3]{w}$.

4. Dadas las rectas: r:y = x + 2; s:x + y-2 = 0; $t: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$

Calcula el área del triángulo que determinan.

5. Ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo del ejercicio anterior:

6. Encuentra un número positivo tal que al restarle su cuadrado sea mínimo.

7. Determina las siguientes integrales:

a) $\int x^2 \cdot e^x \cdot dx$ b) $\int \frac{\cos x}{sen\, x}\, dx$

<u>Soluciones:</u>

1. $x = 60^\circ + k.360^\circ$
2. 45º, 45º, 135º, 135º
3. a) 4_{15°; b) $\sqrt{3}$; c) 2_{15°, 2_{135°, 2_{255°
4. $A = 4u^2$
5. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$
6. $x = 1/2$
7. a) $x^2.e^x - 2x.e^x + 2e^x + c$; b) $\ln|senx| + c$

EXAMEN GLOBAL

1. Halla las derivadas de las funciones:
a) $y = x^2 \, . \, \ln\left(e^x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$ b) $y = e^{x^2} . \sqrt{x + lnx}$ c) $y = \sqrt{1+x} \, . \, arctg\, x + e^{x^2}$

2. Determina m en la función y = $x^3 + mx^2 + 5x - 2$ sabiendo que dicha función tiene un punto de inflexión en x = 4.

3. Halla las primitivas de:
a) $y = \frac{1}{2x+1} - senx + e^{3x}$ b) $y = \frac{x+3}{(x+1)(x-2)}$

4. Halla el área del recinto limitado por las funciones $y = x^2$ e $y = -2x$.

5. Halla la ecuación de la recta perpendicular a w(2,1) que corta a y = x-1 en el punto de ordenada 2.

6. Prueba que las rectas y = kx + 4 e y = (k + 2)x-1 no pueden ser paralelas pero sí perpendiculares.

7. Halla la ecuación de la elipse cuyo eje mayor es doble que el menor, con centro el origen y que pasa por el punto (2,1).

8. Halla: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^6$

<u>Soluciones:</u>

1. a) $y' = 2x.\ln\left(e^x + \sqrt{x^2-1}\right) + \frac{x^2}{e^x + \sqrt{x^2-1}}\left(e^x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\right)$

b) $y' = e^{x^2} . 2x . \sqrt{x + lnx} + e^{x^2} . \frac{1 + \frac{1}{x}}{2\sqrt{x + lnx}}$; c) $y' = \frac{arctg\, x}{2\sqrt{1+x}} + \sqrt{1+x}\,\frac{1}{1+x^2} + e^{x^2} .2x$

2. m = -12

3. a) $\frac{\ln|2x+1|}{2} + \cos x + \frac{e^{3x}}{3} + c$; b) $-\frac{2\ln|x+1|}{3} + \frac{5\ln|x-2|}{3} + c$

4. A = 4/3

5. 2x + y-8 = 0

7. $x^2/8 + y^2/2 = 1$

8. $1_{180^o} = -1$

EXAMEN GLOBAL

1. Calcula las expresiones:

a) $\dfrac{2+i}{3-i}$ b) $\sqrt[3]{-2+2i}$ c) $(1+i)^{12}$

2. Razones de ángulos suplementarios. Calcula las razones de 120º a partir de las razones de 60º.

3. Resuelve la ecuación $2senx\cdot cosx = \sqrt{3}/2$.

4. Deriva: a) $y = sen^2(lntgx)$ b) $y = ln(arctg\sqrt{x})$

5. Estudia crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función: $y = \dfrac{1}{x+2}$

6. a) Halla la recta perpendicular a $r: 3x+4y=1$ que pasa por P(1,2). b) Halla la distancia de P a r.

7. Resuelve las integrales:

a) $\int x\,.e^x\ dx$ b) $\int \dfrac{3x}{x^2-5x+6}\ dx$

8. ¿Qué tipo de curva es $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$?. Calcula la excentricidad y las tangentes en el punto de ordenada $y=0$.

<u>Soluciones:</u>

1. a) $(1+i)/2$; b) $\sqrt{2}_{45º}$, $\sqrt{2}_{165º}$, $\sqrt{2}_{285º}$; c) -64
2. sen120º = $\sqrt{3}/2$; cos120º = -1/2
3. x = 30º + 360ºk, x = 60º + 360ºk
4. a) $y' = 2\,sen(lntgx).\cos(lntgx).\dfrac{cosx}{senx}.\dfrac{1}{\cos^2 x}$; b) $y' = \dfrac{1}{arctg\sqrt{x}}.\dfrac{1}{1+x}.\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
5. Decrece en $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$, no hay max, min ni ptos de inflexión; cóncava $(-\infty,-2)$, convexa $(-2,+\infty)$
6. a) $4x-3y+2=0$; b) 2
7. a) $x.e^x-e^x+c$; b) $9ln|x-3|-6ln|x-2|+c$
8. una elipse; e = 4/5; x = 5, x = -5

EXAMEN GLOBAL

1. Razones trigonométricas del ángulo mitad. Sabiendo que un ángulo á está en el primer cuadrante y tiene de seno 3/5, halla el seno y coseno de á/2.

2. En un triángulo A = 30º, B = 45º y el lado $b = 2\sqrt{2}$. Hallar el ángulo C y los lados a y c.

3. Dados los complejos $z = \sqrt{3} + i$ y w = -16. Calcula: z^{12} y $\sqrt[4]{w}$.

4. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas 2x-3y + 7 = 0 y 3x-y = 0, y es perpendicular a la recta x + 2y = 1.

5. Halla el centro y el radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$.

6. Deriva las funciones: a) $y = e^{\cos(x^2-5)^3}$ b) $y = \ln\left(\dfrac{tg(2x)}{\sqrt{x^2-1}}\right)$

7. Entre todos los rectángulos de 40 cm de perímetro, halla el que tiene diagonal mínima.

8. Calcula: a) $\displaystyle\int\left(12x^5 - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x^2} + 3^{2x}\right)dx$ b) $\int x \,.\, senx \;\; dx$

9. Calcula el área comprendida entre las funciones y = x^2 y la recta y = 4x.

10. Representa gráficamente la función $y = x^3 + x^2$.

Soluciones:

1. sen(á/2) = $1/\sqrt{10}$; cos(á/2) = $3/\sqrt{10}$
2. a = 2cm, c = 3,86 cm; C = 105º
3. $z^{12} = 4096$; $\sqrt[4]{w} = \{2_{45º},\ 2_{135º},\ 2_{225º},\ 2_{315º}\}$
4. (x,y) = (1,3) + ë(1,2); 2x-y + 1 = 0
5. C(1,2), r = 2
6. a) $y' = -e^{\cos(x^2-5)^3} .\, sen(x^2-5)^3 .\, 3(x^2-5)^2 .\, 2x$; b) $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{tg(2x)}\;\dfrac{\dfrac{2\sqrt{x^2-1}}{\cos^2(2x)} - \dfrac{tg(2x)}{2\sqrt{x^2-1}}.2x}{x^2-1}$
7. 10H10
8. a) $2x^6 - 3\ln|x-2| - \dfrac{1}{x} + \dfrac{3^{2x}}{2\ln 3} + c$; b) senx-x cosx + c
9. 32/3

ejerciciosyexamenes.com

EXAMEN GLOBAL

1. Calcula las expresiones: a) $(-1+i)^8$; b) $\sqrt[3]{2-2i}$

2. Resuelve la ecuación $2\cdot \text{sen}x = \text{tg}x$.

3. De un triángulo isósceles se conoce el lado desigual que es de 4 cm y el ángulo opuesto que es de 90°. Determinar su altura y los demás elementos.

4. Deriva la función: $y = \dfrac{\ln(\text{sen}x + e^x)}{\sqrt{\cos(e^x)}}$

5. Dada la función $y = \dfrac{x+1}{(x-2)^2}$. Halla: a) cortes con los ejes; b) Asíntotas; c) Crecimiento y Decrecimiento; d) Máximos y mínimos. Represéntala.

6. Se desea construir un marco para una ventana de 2 m^2 de luz. El coste del marco es de 10 euros por cada metro de altura y 5 euros por cada metro de anchura. ¿Cuáles son las dimensiones del marco más económico?.

7. Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 5 + 3\lambda \end{cases}$ y $s: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{-1}$. Determina el punto de intersección de ambas y las ecuaciones de las rectas que pasando por dicho punto sean: a) paralela a $y = x$; b) perpendicular a $2x + y + 1 = 0$.

8. Halla la ecuación de la circunferencia de centro el origen de coordenadas y que pase por el punto (-2,4).

9. Halla la ecuación de la elipse de focos F(-4,0) y F'(4,0) y eje mayor de longitud 10.

10. Calcula las integrales: a) $\displaystyle\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$ b) $\displaystyle\int (x^2+1)\,e^x\,dx$

<u>Soluciones:</u>

1. a) 16_{0}; b) $\sqrt{2}_{-15°}$; $\sqrt{2}_{105°}$; $\sqrt{2}_{225°}$
2. $x = 0 + 180k$; $x = 60 + 360k$; $x = 300 + 360k$
3. $h = 2$ cm; $L = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 45°$
4. $y' = \dfrac{\dfrac{\cos x + e^x}{\text{sen}x + e^x}\sqrt{\cos(e^x)} - \ln(\text{sen}x + e^x)\,\dfrac{-\text{sen}(e^x).e^x}{2\sqrt{\cos(e^x)}}}{\cos(e^x)}$
5. a) (0,1/4), (-1,0); b) $y = 0$, $x = 2$; c) Decrece $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$; Crece (-4,2); d) Mín (-4,-1/12)

6. 2H1 m
7. P(1,2); a) $y = x + 1$; b) $-x + 2y - 3 = 0$
8. $x^2 + y^2 = 20$
9. $x^2/25 + y^2/9 = 1$
10. a) $(\ln x)^3/3 + c$; b) $(x^2 + 1)e^x - 2xe^x + 2e^x + c$

EXAMEN GLOBAL

1. a) Halla sen(2á)-cos(2á) si sená = 3/5

2. Halla la recta paralela a r:x-2y + 1 = 0 que pasa por el punto de corte de s:y = 2x-1 con el eje OY.

3. Halla la relación entre los lados de un rectángulo si queremos que su área sea máxima.

4. a) Deriva la función y = $x^3 + x^2$-2. Halla la tangente a dicha curva en el punto de abscisa x = 1.

5. Halla la ecuación de la hipérbola de focos (-5,0) y (5,0) y distancia entre vértices 6. Calcula su excentricidad.

6. Calcula la superficie comprendida entre la función y = x^3-x y el eje OX.

<u>Soluciones:</u>

1. 17/25
2. x-2y = 2
3. a = b
4. y = 5x-5
5. $x^2/9-y^2/16 = 1$
6. 1/2

ejerciciosyexamenes.com

EXAMEN GLOBAL

1. Dada la base ortogonal $\{e_1,e_2\}$ en la que $|e_1| = 1$, $|e_2| = 1$. Halla cos $(\widehat{v,u})$, siendo $v = e_1+2e_2$ e $u = e_1-e_2$.

2. Resuelve la ecuación sen x + cos x = $\sqrt{2}$.

3. Halla el área de un triángulo equilátero, inscrito en una circunferencia de radio $\sqrt{3}$ m.

4. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (1,2) y forma un ángulo de 90° con la recta x-y=0?.

5. Halla el simétrico del punto (0,2) respecto a la recta x+y-4=0

6. Da el resultado de la siguiente potencia en forma binómica y polar: $(1+\ \ i)^6$
%

7. Ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (0,0) y (1,3) y tiene su centro en la recta: y = x+3.

8. Estudia y representa la función: $y=\dfrac{x}{x^2-1}$

9. Deriva las siguientes funciones: a) $y=(lnx)^{e^x}$ b) $y=\mathrm{tg}\left(e^{\sqrt{x}}\right)$

10. Halla las siguientes primitivas: a) $\int x\ cosx\ dx$ b) $\int \dfrac{x+2}{x^2-1}\ dx$

<u>Soluciones:</u>

1. $-1/\sqrt{10}$
2. x = ð/4 + 2kð
3. $A = 9\sqrt{3}/4$
4. x+y-3=0
5. (2,4)
6. $64 = 64_0$
7. $(x+1)^2+(y-2)^2=5$
9. a) $\left(e^x \ln(lnx)+\dfrac{e^x}{x\,lnx} \right)(lnx)^{e^x}$; b) $y'=\dfrac{1}{\cos^2\left(e^{\sqrt{x}}\right)}\ e^{\sqrt{x}}\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
10. a) x senx + cosx + c; b) 3/2 ln|x-1| - 1/2 ln|x+1| + c