Examen de derivadas

1. Razona la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
a) f(x) toma todos los valores entre f(a) y f(b), ¿es continua?
b) Si f'(x) > 0 y g'(x) > 0 en [a,b] ¿cómo es h = 2f(x)+5g(x) en [a,b]?
c) Si f'(a) = f''(a) = 0, ¿existe extremo en a?
d) Si una función está acotada, ¿es continua?
e) ¿Una función continua es derivable?

2. Estudia qué hipótesis del teorema de Rolle se cumplen en el intervalo [0,3/2] para

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<1 \\ 3-2x & si \quad 1\le x \end{cases}$$ Haz la gráfica

3. a) Define máximo absoluto y máximo relativo.
b) Estudia los extremos relativos y absolutos de $f(x)=|x^2-9|$
c) Haz la gráfica.

4. Sea la función $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x}$
a) Halla sus asíntotas.

5. Halla: $\lim\limits_{x\to p} (tg\ x)^{p-x}$

<u>Soluciones</u>:

3. b) Max (0,9), Min (-3,0), (3,0)
4. x=0; y=x-2
5. 1

Examen derivadas e integrales

1.- Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función: $f(x)=\begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ sen\, x & si\ x \geq 0 \end{cases}$

2.- Halla:

a) $\int \frac{x+1}{x^3-5x^2+8x-4}\, dx$ b) $\int_{-p}^{p} e^x\ sen\, x\ dx$ c) $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\, dx$

d) $\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}\, dx$ e) $\int_0^{\frac{p}{2}} \mathrm{sen}^3\, x\ dx$

3.- Enunciar y demostrar el teorema fundamental del cálculo integral. Usalo para calcular G'(x):

$$G(x)=\int_e^{x^2} sen\, t\ dt$$

4.- Máximos, mínimos, puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$f(x)=\frac{x^2-4}{x^2-1}$$

5.- Halla:

a) $\lim_{x\to\infty}\left(sen\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ b) Asíntotas de $f(x)=\frac{x^3}{2x^2-2}$

<u>Soluciones:</u>

1. f(x) continua en ú; f(x) derivable en ú-{0}

2. a) $-2\ \ln\ |x-2| - \frac{3}{x-2} + 2\ \ln\ |x-1| + c$ b) $\frac{e^p - e^{-p}}{2}$

c) $arcsen\frac{x}{2} + c$ d) $arctg\ e^x + c$ e) $\frac{1}{3}$

3. G'(x)= senx^2 . 2x

4. Mínimo (0,4); Decrece: (-4,-1)c(-1,0); Crece: (0,1)c(1,4); (-4,-1)1; (-1,1)c; (1,+4)1

5. a) 1; b) x=1; x=-1; y=x/2

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema de Rolle. Enunciado y demostración

Estudiar si se cumple el teorema del valor medio del cálculo diferencial $f(x)=\sqrt{x-2}$ en [1,3]

2.- Teorema del valor medio del cálculo integral. Enunciado, demostración e interpretación geométrica.

Si $F(x)=\int_0^x e^{t-2}-1\ dt$ hallar c/F'(c) = 0

3.- a) Hallar las asíntotas de $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+x-2}$

b) Estudiar dominio, crecimiento y decrecimiento de $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$

4.- Calcula: $\int\dfrac{(x+3)\ dx}{x^3-x^2-2x}$

5.- Calcula el área comprendida entre la función $f(x)=\dfrac{4x}{4+x^2}$ y la recta que pasa por el máximo y el mínimo.

6.- Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ en [1,2]. Comprueba si se cumple el teorema del valor medio del cálculo integral y halla el punto que cumple dicho teorema.

7.- Calcula $\int(1-x^2)\ .\ e^x\ dx$

Soluciones:

1) No
2) x=2
3) a) y=1; x=1, x=-2; b) Dom: (0,1)c(1,+4); (0,1)c(1,e) Decrece y (e,4) Crece
4) -3/2 ln|x| + 5/6 ln|x-2| + 2/3 ln|x+1| + c
5) A = 4 ln8 - 4ln4 - 1
6) x = $\sqrt{2}$
7) $(-x^2+2x-1).e^x+c$

Examen derivadas e integrales

1.- a) Teorema del valor medio del cálculo diferencial
b) Teorema del valor medio del cálculo integral

2.- a) Estudiar si se cumple el teorema de Rolle en la función $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ en el intervalo [-2,2]. En caso afirmativo, hallar el punto cuya existencia asegura el teorema.

b) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{\sec x}$

3.- Un tractor se encuentra en un punto A de una finca, a una distancia de 200 m de un punto B de una carretera recta. La distancia del punto B al almacén es de 1 Km. Si el tractor se mueve a 20 Km/h por la finca y a 40 Km/h por la carretera. ¿A qué distancia del punto B se debe incorporar a la carretera para llegar al almacén lo antes posible?

4.- Halla: a) $\int \frac{e^{2x}\, dx}{e^x + 1}$ b) $\int \frac{x + 1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx$

5.- a) Ecuación de la tangente a la gráfica de la función y = $\ln x^2$ en x = 1

6.- Área limitada por la gráfica de la función y=ln(x+2) y los ejes.

Soluciones:

2) a) No derivable en x = 1; b) e
3) $\frac{200}{\sqrt{3}}$
4) a) $e^x - \ln|e^x+1| + c$; b) $\text{arcsen}\, x - \sqrt{1 - x^2} + c$
5) y = 2x-2
6) A = 2 ln2 - 1

Examen de derivadas e integrales

1.- a) Teorema del valor medio del cálculo diferencial
b) Teorema del valor medio del cálculo integral

2.- Enunciado del teorema de Rolle. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:
a) Se puede aplicar el teorema de Rolle a la función $f(x)=x^2.e^x$ en el [-1,1].
b) ¿Existe algún punto del intervalo (-1,1) en el que se anule la derivada de la función anterior?

3.- a) Hallar las asíntotas de $y = e^x/x$.
b) Halla:

$$\lim_{x \to \infty} x \cdot \mathrm{Ln}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

4.- a) Calcular la integral de $\int \sqrt{x} \quad e^{2\sqrt{x}} \; dx$
Cambio de variable $\sqrt{x} = t$
b) $\int \frac{x}{4+x^4} \, dx$

5.- Hallar el área que determina f(x) = ln(x+1), el eje OY y la normal a f en x=1.

Soluciones:

2) a) No cumple; b) En x=0
3) a) x=0; y=0 si x6-4; b) -2
4) a) $x \; e^{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \; e^{2\sqrt{x}} + \frac{e^{2\sqrt{x}}}{2} + c$ b) $\frac{1}{4} \, arctg\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$
5) 3/4 - ln2

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema del valor medio del cálculo diferencial. Enunciado, demostración e interpretación geométrica.

2.- a) Hallar $\lim_{x \to 0} tg\, x \cdot \frac{1}{2x}$

b) Hallar las asíntotas de la función y = $e^{-x}.x$. Calcula los extremos relativos. Con estos datos represéntala.

3.- Hallar el área que determina y = $x.e^{x}$, el eje OY y la tangente a la curva en el mínimo.

4.- Calcular: a) $\int \frac{x\ dx}{3+x^4}$ b) $\int \frac{x-1}{x^2(x+2)}\ dx$

<u>Soluciones:</u>

2) a) 1/2; b) A.H.: y=0 cuando $x \to +\infty$; máximo (1,1/e)
3) A = 3/e - 1
4) a) $\frac{\sqrt{3}}{6}\ arctg\left(\frac{x^2}{\sqrt{3}}\right) + c$; b) $\frac{3}{4}\ \ln\ |x| + \frac{1}{2x} - \frac{3}{4}\ \ln\ |x+2| + c$

Examen derivadas

1.- Encontrar a y b para que sea continua la función:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax^2 + 2}{x - 1} & si\ \ x \leq 0 \\ x - b & si\ \ 0 < x < 1 \\ sen(ax) & si\ \ x \geq 1 \end{cases}$$

2.- ¿Es derivable para algún valor de a y b la función:

$$f(x)=\begin{cases} x.e^x & si\ \ x \leq 0 \\ ax + b & si\ \ 0 < x < 1 \\ x + x\ \ln^2 x & si\ \ x \geq 1 \end{cases}$$

3.- Ecuación de la recta tangente a y = ln(x) en x=1

4.- Demuestra que $f(x) = x^3$ y $g(x) = x^2-1$ tienen un punto de corte en [-2,0].

5.- La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es de 50 cm. Halla sus dimensiones para que la superficie de ese triángulo sea máxima.

6.- $\lim\limits_{x \to \infty} (x + e^x)^{\frac{1}{x^2}}$

<u>Soluciones:</u>

1.- a=3ð/2; b=2
2.- a=1; b=0
3.- y=x-1
5.- Dos catetos iguales de 25 cm
6.- 1

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema del valor medio del cálculo diferencial. Enunciado, demostración e interpretación geométrica.

2.- Hallar el área limitada por la curva $y = x^2 .\ln x$, el eje OX y las rectas $x=1/2$ y $x=2$.

3.- a) Calcula: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - sen\, x}{1 - sen^2 x}$

b) Calcula: $\displaystyle\int \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}\, dx$

4.- Dada la función $y = e^{-x}.(x-1)$. Calcula: Corte con los ejes, asíntotas y extremos relativos. Con estos datos, represéntala.

<u>Soluciones</u>:

2.- 21/8 ln2 - 49/72

3.- a) 0; b) $-\dfrac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + \dfrac{3}{2}\sqrt[6]{x^4} + c$

4.- (0,-1), (1,0); Asíntotas: y=0 cuando x 6 4; máximo $(2,e^{-2})$

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema del valor medio del cálculo diferencial. Enunciado, demostración e interpretación geométrica.

2.- Hallar el dominio, crecimiento y decrecimiento de la función: $f(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-9}}$

3.- Hallar las asíntotas de la función: $\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)^{x+1}$

4.- Hallar: $\int x \_ arctg\ x^2\ dx$ $\qquad \int \dfrac{2x-1}{x\ (x-3)^2}\ dx$

5.- Hallar el área encerrada entre la función y = (x-1).e^{-x}, el eje OX y la tangente a la curva en el punto x=0.

Solución:

2. Dom= (-4,3) c (3,+4); Crece (-4,-3)c(-3,3), Decrece (3,+4)
3. x=1; y=e^3
4. a) x^2/2 arctgx^2 - 1/4 ln|1+x^4|+c; b) -1/9 ln|x|+1/9 ln|x-3| - 5/(3x-9)+c
5. 1/e - 1/4

Examen integrales

1.- Teorema fundamental del cálculo integral. Dedúcelo.

2.- Enuncia el teorema del valor medio del cálculo integral y aplícalo a la función f(x) = $1/\sqrt{x}$ en el intervalo [1,4]

3.- Máximos y mínimos de la función $\int_1^x \frac{dt}{lnt}\ dt$ siendo x>1

4.- Área limitada por la gráfica de la función $y=2x+x^2$ y las tangentes a dicha gráfica en los puntos de intersección con el eje de abscisas.

5.- Efectúa:

a) $\int \left(\frac{\ln^2 x}{x} + \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$

b) $\int x^3\ e^x\ dx$

c) $\int \frac{\sqrt[6]{2x+2}}{\sqrt{x+1}\ +\ \sqrt[3]{x+1}}\ dx$

Soluciones:

2.- $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}} = f(c)\ .\ (4-1)\ \Rightarrow\ c = \frac{9}{4}$

3.- Decrece en $(0,1)\cup(1,+\infty)$, no hay máximos ni mínimos.

4.- 2/3

5.- a) $\frac{(\ln x)^3}{3} + \frac{(arctg\ x)^2}{2} + \sqrt{1+x^2} + c$

b) $e^x\ (x^3-3x^2+6x-6) + c$

c) $6\ \sqrt[6]{2}\ \left[\frac{\sqrt[6]{(x+1)^4}}{4} - \frac{\sqrt[6]{(x+1)^3}}{3} + \frac{\sqrt[6]{(x+1)^2}}{2} - \sqrt[6]{x+1} + \ln\left(\sqrt{x+1}\right) \right] + c$

Examen integrales

1.- Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral y aplícalo para determinar los máximos y mínimos de la función: $F(x)=\int_{1}^{x^2} \ln t \; dt$

2.- Halla las siguientes primitivas:

a) $\int \frac{1}{x^2-1} \; dx$

b) $\int \sqrt{x^3-2x^2} \; dx$

c) $\int \cos^2 x \; sen^3 x \; dx$

d) $\int sen\, x \; e^x \; dx$

3.- Halla el área de la región del plano limitada por las gráficas de las funcións $y=x^3$ e $y=x$.

4.- Concepto de primitiva de una función. Deduce las propiedades.

<u>Soluciones:</u>

1. Mínimo x=1
2. a) 1/2 ln|x-1| - 1/2 ln|x+1| + c

b) $\frac{2}{3} \; x \; \sqrt{(x-2)^3} \; - \; \frac{4}{15} \; \sqrt{(x-2)^5} \; + \; c$

c) $-\frac{\cos^3 x}{3} \; + \; \frac{\cos^5 x}{5} \; + \; c$

d) $\frac{e^x \; sen\, x \; - \; e^x \; \cos x}{2} \; + \; c$

3. A = 1/2

Examen derivadas

TEORÍA

1.- Define: a) Continuidad en un punto y en un intervalo.
b) Derivada de una función en un punto.
c) Máximo local

2.- Enuncia: a) Teorema de Bolzano. Interpretación geométrica.
b) Regla de L'Hôpital.

CUESTIONES

1.- ¿Una función continua, creciente y que posea recta tangente en un punto es derivable en ese punto?. Razónalo con un ejemplo.

2.- Es posible que f sea creciente en a siendo f'(a)=0. En caso afirmativo dibuja un ejemplo, en caso negativo explica porqué.

3.- Sabiendo que $f'(2)=1$, $f''(2)=f^{(3)}(2)=f^{(4)}(2)=0$, $f^{(5)}=3$.
En x=2, la función ¿presenta un máximo, mínimo o punto de inflexión?. Razonar la respuesta.

PROBLEMAS

1.- Queremos construir una caja de base cuadrada de volumen 54 cm^3. Si el material para construir las bases cuesta el doble que el de las paredes. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo?.

2.- Comprueba si se cumplen las hipótesis del teorema de Rolle en las siguientes funciones. En caso afirmativo indica dónde se cumple la tesis.

a) $f(x)=\sqrt[3]{(x-3)^2}$ en $[0,6]$

b) $f(x)=\left| x^2 + 9 \right|$ en $[-2,2]$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{si } -2 \le x \le 0 \\ \dfrac{1}{x+1} & \text{si } 0 \le x \le 5 \end{cases}$ en $[-1,2]$

3.- Estudia y representa: $y = e^{-x}(x-2)$

4.- Calcula: $\lim\limits_{x \to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{\operatorname{cosec} x}$

Soluciones:

1. 3H3H6
2. a) No; b) Sí, x=0; c) No
4. e

Examen derivadas

1.- a) Enuncia y di cuál es la interpretación geométrica del teorema de Rolle.
Razona la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
b) Si f(x) = x^2-4x+3 existe por lo menos un punto c0(0,1) tal que f(c) = 2
c) Toda función acotada es continua
d) Toda función continua en ú es acotada en ú
e) f'(x)>0, œx0ú Y f(x)>0 œx0ú

2.- Regla de L'Hôpital: Enunciado y demostración. Aplícala para calcular el límite siguiente:

$$\lim_{x \to 0} (\cot x)^{x^2}$$

3.- Dada la función f(x) = ax^3+bx^2+cx+d, halla "a", "b", "c" y "d" sabiendo que la tangente en el punto de inflexión (0,2) es y=-3x+2 y que la función presenta un extremo en el punto de abscisa -1.

4.- ¿Cuál es el radio de la base de un cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 2 3 m?
%

5.- Representa la función: $y = x.e^{-x}$

<u>Soluciones:</u>

1. b) V; c) F; d) F; e) F
2. 1
3. y=x^3-3x+2
4. r=$2\sqrt{2}$

Examen derivadas e integrales

1.- Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x^2-4}$

2.- Averigua si $f(x)=\sqrt{1-sen\, x}$, verifica las hipótesis del teorema del valor medio en [0,ð/2].

3.- Calcula $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-e^{-x}\right)^{e^x}$

4.- Estudia y representa: $y=x.e^x$

5.- Calcula:

a) $\displaystyle\int\frac{\cos x}{e^{2\, sen\, x}}\, dx$

b) $\displaystyle\int(x^2+e^x\cos x)\, dx$

c) $\displaystyle\int\frac{dx}{x^3+1}$

Soluciones:

1.- Continua en ú\{-2,2}; Derivable en ú\{-2,1,2}
2.- Sí cumple
3.- 1/e
5.- a) $-\dfrac{e^{-2\, sen\, x}}{2}+c$; b) $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{e^x\cos x+e^x\, sen\, x}{2}+c$;

c) $\dfrac{1}{3}\ln|x+1|-\dfrac{1}{6}\ln|x^2-x+1|+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\, arctg\left(\dfrac{2x-1}{\sqrt{3}}\right)+c$

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema de Rolle.
Comprueba si lo verifica la función:
$y = \sqrt[3]{x^2}$ en [-1,1]

2.- Regla de Barrow. Calcular: $\int_{-p}^{p} sen\, x \cos x \; dx$

3.- Representa la función y = e^x.
Area determinada por la función , el eje OX y las rectas x=1, x=2.

4.- Calcular: $\int \frac{2x+1}{x^2+x-6}\, dx$

5.- Enuncia la regla de L'Hôpital y calcula $\lim_{x \to 0} (senx)^{\operatorname{cosec} x}$

<u>Soluciones:</u>

1. No
2. 0
3. e^2-e
4. ln |x+3| + ln |x-2| + c
5. 0

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema de Rolle.
Se puede aplicar el teorema de Rolle a la función $f(x)=x^2.e^x$ en [-1,1]

2.- Teorema del valor medio del cálculo integral.
Comprobar la verificación de su tesis para la función $f(x)=3x^2-2x$ en [0,1].

3.- Calcular: $\lim_{x \to 0} \frac{x - sen3x}{x + sen2x}$
Enunciar la regla de L'Hôpital.

4.- Calcular: $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+4}$

5.- Calcular máximos, mínimos y asíntotas de $y = \frac{lnx}{x}$ y el área limitada por la función, el eje OX y la recta x=e.

Soluciones:

1. No
2. x=2/3
3. -2/3
4. $\ln \left| x^2+4x+4 \right| + \frac{3}{x+2} + c$
5. Max (e,1/e); A.H. y=0; A.V. x=0; Area = 1/2

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema de Rolle.

Calcular b para que la función f(x) = x^3+x^2-2x+3 cumpla la hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [0,b]. ¿Dónde cumple la tesis?

2.- Enuncia la regla de L'Hôpital.

Calcula: $$\lim_{x \to 0} \frac{2\ sen\,x - 2x}{tg\ x\ -\ x}$$

3.- Representar la función: y = e^{-x}. Calcula sus asíntotas.

4.- Teorema del valor medio del cálculo integral.

Interpretación geométrica. Comprobarlo para la función f(x) = x^3+2 en el intervalo [-1,1].

5.- Calcular: $\int \frac{x-1}{x^2-6x+9}\ dx$ $\qquad \int arcsen\ x\ dx$

6.- Hallar el área limitada por y = x^3-6x^2+8x y el eje OX.

<u>Soluciones:</u>

1. b=1; $x\ \frac{-1+\sqrt{7}}{3}$
2. -1
3. A.H. y=0 si x64
4. x=0
5. $\frac{1}{2}\ \ln\left|x^2-6x+9\right| - \frac{2}{x-3} + c\ ;\ x\ .\ arcsen\,x + \sqrt{1-x^2} + c$
6. Area = 256 u^2

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema del valor medio del cálculo integral.
Comprobar si verifica el teorema del valor medio la función y = cosx - 2 senx en [0,ð]

2.- Estudia la continuidad y la derivabilidad de las funciones:

a) $y = \left| x^2 - 9 \right|$

b) $y = \begin{cases} x^2 - 2 & si \;\; x < 1 \\ 2x - 3 & si \;\; 1 \le x < 2 \\ -x^2 + 5 & si \;\; x > 2 \end{cases}$

3.- Enuncia la regla de L'Hôpital. Calcular:

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\, x - x}{1 - \cos x} \qquad \lim_{x \to 0} (1 - \cos x)^x$$

4.- Calcula dominio, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos de y=x.lnx

5.- Calcular: $\displaystyle\int \frac{x - 3}{x^3 - 4x^2 + 3x}\, dx$

6.- Representar y calcular el área limitada por y = lnx, la recta y=2 y los ejes de coordenadas.

<u>Soluciones:</u>

2. a) continua en ú; derivable en ú-{-3,3}
b) Continua en ú; derivable en ú-{2}
3. 0; 1
4. Dom: (0,4), mínimo (1/e,-1/e), crece (1/e,+4), decrece (0,1/e)
5. -ln|x| + ln|x-1| + c
6. e^2-1

Examen derivadas e integrales

1.- Calcula: $\lim\limits_{x \to 0} (1 - sen2x)^{ctgx}$

2.- Máximos y mínimos de $f(x)= x^2 \cdot e^{-x^2}$

3.- Integra: a) $\int (x - sen^2 x)\ dx$ b) $\int \frac{x-2}{x^2-4x+25}\ dx$

4.- Calcula el área limitada por la funciones: $y = 2x^2+x$; $y = x^2-2x$

5.- Teorema del valor medio del cálculo integral.
Enuncia la regla de L'Hôpital.

<u>Soluciones</u>:

1. 1
2. Max. en x="1; mín. en x=0
3. a) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{sen\ 2x}{4} + c$; b) 1/2 ln $|x^2-4x+25|$ + c
4. A=9/2

Examen derivadas e integrales

1.- Enuncia el teorema de Bolzano de funciones continuas.
Estudia la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x} & si\ \ x \le 0 \\ 1 - x^3 & si\ \ 0 < x \le 1 \\ x + 2 & si\ \ x > 1 \end{cases}$$

2.- Teorema del valor medio del cálculo diferencial. Comprueba si lo verifica la función f(x) = $2x-3x^2$ en el intervalo [0,1]. En caso afirmativo halla el punto cuya existencia asegura el teorema.

3.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{x^2}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)\ .\ x}{1 - \cos x}$

4.- Calcula:

a) $\int sen^2\, x\ \ dx$ b) $\int \dfrac{x-1}{x^2-4x+4}\ dx$

5.- Teorema fundamental del cálculo integral. Enunciado y demostración.

6. -Representar las curvas y = $1+2x-x^2$, y = |x-1| y calcular el área limitada por ellas.

<u>Soluciones</u>:

1. Cont. en ú\{1}; deriv. en ú\{0,1}
2. x=1/2
3. a) 1/2; b) 2
4. a) $\frac{1}{2}\ x\ -\ \frac{1}{4}\ sen\ 2x\ +\ c$; b) $\frac{1}{2}\ \ln\ \left|\ x^2-4x+4\ \right|\ -\ \frac{1}{x-2}\ +\ c$
6. A = 7/3

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema de Rolle. Interpretación geométrica y demostración.

Comprueba el teorema del valor medio del cálculo diferencial en la función: f(x) = 1/x en [1,e]

2.- Calcula:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{sen\,x} - e^x}{x^2}$$

3.- Calcula:

$$\int \frac{x+1}{x^3 + x^2 - 2x}\, dx$$

4.- Hallar el área comprendida entre la función $y = \frac{\ln x}{x}$, la recta tangente en el máximo y los ejes de coordenadas. (Hacer la representación)

5.- Hallar los máximos, mínimos, crecimiento y decremiento de $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x - 2}$

6.- Hallar las asíntotas de la función: $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

<u>Soluciones:</u>

1. x= $\sqrt{e}$
2. 0
3. $-\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{2}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{6} \ln|x+2| + c$
4. 1/2
5. Max (0,0), Mín (4,8/9)
6. x=1, x=-1, y=x

Examen derivadas e integrales

1.- a) Teorema de Rolle. Demostración e interpretación geométrica.
b) Satisface la función y = 1-|x| el teorema de Rolle en [-1,1]

2.- a) Enuncia la Regla de L'Hôpital.
b) Calcular:

$$\lim_{x \to p} \left(sen\,\frac{x}{2} \right)^{tg\,\frac{x}{2}} \qquad \lim_{x \to 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$$

3.- a) Representar: $y = \dfrac{x^2}{x^2+1}$

4.- a) Teorema del valor medio del cálculo integral. Interpretación geométrica.
b) Compruébalo para la función $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ en [0,3]

5.- Calcular: $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^2+x-6}\,dx \qquad \int arctg\,x\;dx$

6.- Calcular el área limitada por la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1}$ el eje OX, x=0, x=1

<u>Soluciones:</u>

1. No
2. 1; 1/6
3.
4. b) x=1 0 (0,3)
5. 3/5 ln|x-2| + 2/5 ln|x+3| + c; x.arctg x - 1/2 ln|1+x^2| + c
6. 1-ð/4

Examen derivadas e integrales

1.- Teorema del valor medio del cálculo diferencial.
Demostración e interpretación geométrica.

2.- a) Calcula: $\lim\limits_{x \to p/2} \dfrac{tg\ 5x}{tg\ 2x}$

b) Hallar las asíntotas de la función: $y = \dfrac{e^x}{x}$

3.- Hallar el área limitada por la curva $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ y el eje OX entre x=-1 y x=1.

4.- a) Calcula: $\int_0^{\frac{p}{2}} sen\ x \ \_ \ e^{\cos x}\ dx$

b) ¿Cumple las condiciones del teorema del valor medio del cálculo diferencial la función: $f(x)= \begin{cases} 8x-6 & si\ \ x \le 2 \\ 2x^2+2 & si\ \ x > 2 \end{cases}$ en [0,4]?

Soluciones:

2.- a) 5/2; b) x=0; y=0 si x6-4
3.- ð/2
4.- a) e-1
b) Sí; 5/2 0 (0,4)

Examen derivadas

1.- Estudiar el dominio, asíntotas, extremos y monotonía de la función $y=(x-2).e^{-x}$

2.- a) Si f(x) es continua en $x=x_0$ Y f(x) es derivable en $x=x_0$
b) Si f(x) es derivable en $x=x_0$ Y f(x) es continua en $x=x_0$
c) Si f(x) no es derivable en $x=x_0$ Y f(x) no es continua en $x=x_0$
d) Si f(x) no es continua en $x=x_0$ Y f(x) no es derivable en $x=x_0$

3.- Halla el límite: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{senx}{tgx + senx}$

4.- ¿Cumplen las siguientes funciones el teorema del valor medio?.
a) $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ en $[-1,1]$

b) $g(x)=\begin{cases} 3+x^2-x^5 & x \le 1 \\ \dfrac{3}{x} & x > 1 \end{cases}$ en $[-2,2]$

5.- Teorema de Rolle. Enunciado, demostración e interpretación geométrica.

Soluciones:

1. Dom: ú; A.H.: y=0 cuando x6+4; Máx $(3,e^{-3})$; Crece (-4,3), decrece (3,+4)
2. F, V, F, V
3. 1/2
4. a) No; b) Sí

Examen Derivadas

1.- a) Definición e interpretación geométrica del teorema de Bolzano y Weierstrass. Consecuencias.

b) Teorema del valor medio del cálculo diferencial, enunciado e interpretación geométrica.

2.- a) ¿Es posible hallar "a" para que la función sea derivable en todo su dominio?. Justificarlo.

$$f(x)=\begin{cases} x \ \ln x & si \quad 0 < x \le 1 \\ a\ (1-x) & si \quad 1 < x \end{cases}$$

b) Si f(x) es continua en [1,3], f(1)=-6 y f(3)>2, ¿podemos asegurar que g(x)=f(x)+3 tiene al menos un cero en [1,3]?

c) Si una función y=f(x) tiene f'(a) = 0 y f''(a) = 0, ¿puede tener un mínimo relativo en x=a?

3.- Determinar k para que exista y sea finito el límite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{e^x + k\,x - 1 - \frac{x^2}{2}}{x - senx}$ y calcúlalo para ese valor de k.

4.- Halla el punto de la curva y=1/x cuya distancia al origen sea mínima.

5.- a) Representa la función $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

b) Halla la ecuación de la tangente a la curva $y = e^x(x+3)$ en su punto de inflexión.

<u>Soluciones</u>:

2. a) a=-1; b) Sí; c) Sí
3. k=-1; lim=1
4. (1,1), (-1,-1)
5. b) $x+e^5y+7=0$

Examen Derivadas

1.- a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Rolle.

b) Dada $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+2}$ qué hipótesis cumple del teorema de Rolle en el intervalo [-1,1]

2.- ¿Para qué valores de "a" y "b" será continua la función?:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x - e^{ax} + x^2}{x^2} & si \quad x \neq 0 \\ 2b & si \quad x = 0 \end{cases}$$

3.- Calcula: a) $\lim\limits_{x \to p/2} (tg\, x)^{\cos x}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{e^x - x - 1}$

4.- Halla las asíntotas de $f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1}$

5.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y=e^x.x^2$ en su máximo.

6.- a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Bolzano.

b) Si f(x) es continua en [1,4], f(1)=-3 y f(4)=5, prueba que hay un punto al menos en [1,4] tal que $f(x_0)=3$.

7.- ¿Cuál es el triángulo rectángulo de área mínima con una hipotenusa de $\sqrt{50}$ cm?

<u>Soluciones:</u>

2. a=1; b=1/2
3. a) 1; b) 2
4. y=0 si x6+4; x=0
5. $y=4/e^2$
7. 5, 5

Examen Integrales

1.- a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del Cálculo Integral.
b) Enunciado del teorema fundamental del Cálculo Integral
c) Regla de Barrow.

2.- Halla el área limitada por $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$ el eje OX y las rectas x=1 y x=2.

3.- Dibuja y halla el área limitada por las gráficas de $f(x)=\dfrac{-x^2+4x}{3}$ y $g(x)=\left| 2-x \right|$

4.- Calcula: a) $\displaystyle\int \frac{3x}{(x-1)(x+2)}\,dx$ b) $\displaystyle\int \cos^3 x\,dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$ d) $\displaystyle\int \frac{dx}{4+x^2}$

5.- Halla el área limitada por y = lnx, y = 0 y x = e.

Soluciones:

2. A = 3/2 - ln2
3. A = 13/9
4. a) ln|x-1| + 2 ln|x+2| + c; b) $sen\,x - \dfrac{sen^3 x}{3} + c$

c) $arcsen\,x - \sqrt{1-x^2} + c$; d) $\dfrac{1}{2} arctg \dfrac{x}{2} + c$

5.- A = 1

Examen Integrales

1.- a) Teorema del valor medio del cálculo integral. Interpretación geométrica.

2.- a) Al calcular el área de un recinto por una integral definida, ¿depende el cálculo de la primitiva que se utilice?. Razona la respuesta.

b) ¿Si una función f(x) se mantiene positiva para todos los valores de x, cualquier función primitiva de ella es siempre creciente?

3.- Calcula:

a) $\int \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}\,dx$ b) $\int \frac{x-1}{e^x}\,dx$ c) $\int sen^2 x + sen^3 x \ dx$

d) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{e^{\operatorname{tg} x+1}}{3\cos^2 x} \right) dx$

4.- Determina la función y = ax^2+bx+c sabiendo que su gráfica pasa por el punto P(1,2) y que la tangente en P es paralela a la recta y=5x+4 y que f''(x) = 2.

5.- a) Si $f(x)= \begin{cases} x^2 & -2 \le x < 0 \\ 3x & 0 \le x \le 1 \\ 6-3x & 1 < x \le 3 \end{cases}$, representa f(x) y calcula $\int_{-2}^{3} f(x)\ dx$

b) Calcula el área limitada por $f(x)=\frac{2x}{x^2+4}$, el eje X y las rectas x=a y x=b, siendo a y b las abscisas del máximo y el mínimo de f(x).

Soluciones:

3. a) $6\left(\frac{\sqrt[6]{x^9}}{9} + \frac{\sqrt[6]{x^8}}{8} + \frac{\sqrt[6]{x^7}}{7} \right) + c$ 1; b) $-\frac{x}{e^x} + c$;

c) $\frac{1}{2}x - \frac{sen^2 x}{4} - \cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c$; d) $2\ arcsen\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{1}{3}e^{tg\ x+1} + c$

4. y=x^2+3x-2

5. a) 25/6; b) A = 2 ln2 = ln4