

## CAMBIOS DE VARIABLE

### Funciones trigonométricas:

Cuando el seno o el coseno está en el denominador se suele utilizar:

$$t = \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} \right) \quad \operatorname{sen} x = \frac{2t}{1+t^2} \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad dx = \frac{2 dt}{1+t^2}$$

Cuando el seno o el coseno están en el denominador y elevados al cuadrado:

$$t = \operatorname{tg} ( x ) \quad \operatorname{sen}^2 x = \frac{t^2}{1+t^2} \quad \cos^2 x = \frac{1}{1+t^2} \quad dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

Cuando el seno o el coseno están elevados al cuadrado, en el numerador, se utiliza:

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

Cuando el seno y el coseno tienen distinto ángulo:

$$\cos(mx) \cdot \cos(nx) = \frac{1}{2} ( \cos(m+n)x + \cos(m-n)x )$$

$$\operatorname{sen}(mx) \cdot \operatorname{sen}(nx) = \frac{1}{2} ( -\cos(m+n)x + \cos(m-n)x )$$

$$\operatorname{sen}(mx) \cdot \cos(nx) = \frac{1}{2} ( \operatorname{sen}(m+n)x + \operatorname{sen}(m-n)x )$$

Funciones irracionales: Todos estos cambios se aplican cuando la raíz está en el denominador.

$$\sqrt{x^2 + a^2} \rightarrow x = a \operatorname{tg} t \quad dx = \frac{a dt}{\cos^2 t} \quad \sqrt{x^2 + a^2} = \frac{a}{\cos t}$$

$$\sqrt{x^2 - a^2} \rightarrow x = a \operatorname{sec} t \quad dx = a \operatorname{tang} t \operatorname{sec} t dt \quad \sqrt{x^2 - a^2} = a \operatorname{tg} t$$

$$\sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow x = a \operatorname{sen} t \quad dx = a \cos t dt \quad \sqrt{a^2 - x^2} = a \cos t$$

$\sqrt{a x^2 + b x + c}$  Se busca un cuadrado perfecto dentro de la raíz y se transforma en uno de los tipos anteriores